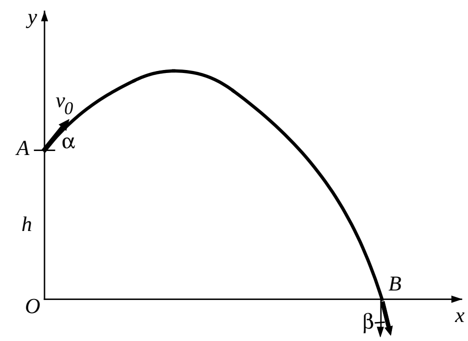
Elektrotehnički fakultet u Beogradu
Ispit iz **Fizike** za SI
Ispitni rok: septembar 2014. (21.8.2014. godine). Trajanje ispita je 2 h
Predmetni nastavnici: P. Mihailović i P. Marinković

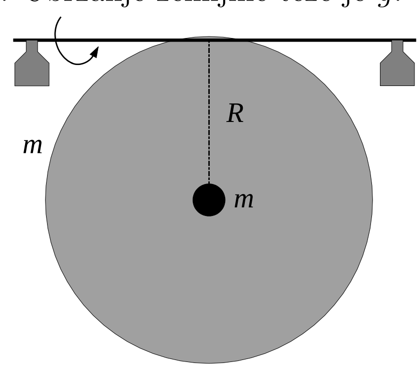
1. [100] Telo, koje se može modelovati materijalnom tačkom, izbačeno je sa visine $h = 20\,\mathrm{m}$ iznad zemlje početnom brzinom $v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$ pod elevacionim uglom $\alpha = 30°$ (tačka A). Odrediti ugao između vektora brzine i vertikalne komponente brzine pri udaru tela o zemlju (tačka B) – videti sliku 1. Uzeti da je ubrzanje zemljine teže $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.



Slika 1: *Uz zadatak 1.*

2. [100] Pun homogeni disk poluprečnika R zarotiran je do ugaone brzine ω_0 i stavljen u ugao između poda i vertikalnog zida. Koeficijent trenja između svih dodirnih površina je isti i iznosi μ. Odrediti broj obrtaja diska dok se ne zaustavi. Ubrzanje zemljine teže je g.

3. [100] U centru krutog, tankog i homogenog diska radijusa R zavarena je kuglica iste mase kao što je masa diska. Zatim je na periferiji diska tangencijalno, u njegovoj ravni, zavarena tanka osovina bez mase, koja je zatim oslonjena horizontalno o dva oslonca koja omogućavaju rotaciono kretanje – videti sliku 2. Ako se sistem izvede iz ravnoteže i pusti i ako se zanemare sva trenja, odrediti period malih oscilacija. Ubrzanje zemljine teže je g.



Slika 2: *Uz zadatak 3.*

4. [100] U žici, koja je učvršćena na oba kraja i koja je zategnuta silom F_1, uspostavljen je osnovni mod stojećeg transverzalnog talasa sa odgovarajućom fundamentalnom frekvencijom. U drugoj žici iste podužne mase i iste dužine, koja je takođe učvršćena na oba kraja, uspostavljen je drugi viši ton stojećeg transverzalnog talasa, tako da je ta frekvencija jednaka fundamentalnoj frekvenciji u prvoj žici. Kolika je sila zatezanja u drugoj žici?

5. [100] U zagrejanu pećnicu do temperature $t_p = 220°\mathrm{C}$ domaćica ubaci testo za tortu temperature $t_{t0} = 20°\mathrm{C}$, koje treba ispeći. Ako je masa testa $m = 1\,\mathrm{kg}$, ukupna površina testa $S = 0,4\,\mathrm{m^2}$ i specifična toplota testa $c = 4\,\mathrm{kJ/(kgK)}$, za koje vreme temperatura testa postaje $100°\mathrm{C}$? Kako se menja temperatura testa tokom vremena? Smatrati da se toplota sa vazduha u pećnici na testo prenosi isključivo konvekcijom i da je koeficijent prelaza toplote $\alpha = 10\,\mathrm{W/(m^2K)}$. Uzeti aproksimativno da je temperatura unutar testa svuda ista u datom trenutku vremena.

6. [100] Sunčeva svetlost pada upravno na transmisionu difrakcionu rešetku koja ima 500 zareza po milimetru. Da li se spektri drugog i trećeg reda poklapaju? Smatrati da su granične frekvencije: $f_c = 3,846 \cdot 10^{14}\mathrm{Hz}$ za crvenu i $f_{lj} = 7,692 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz}$ za ljubičastu svetlost ($c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}$). Koliko maksimuma crvene, a koliko maksimuma ljubičaste svetlosti se može detektovati pomoću ove difrakcione rešetke? Koliko je rastojanje između maksimuma prvog reda, crvene i ljubičaste svetlosti na zidu udaljenom $R = 0,5\,\mathrm{m}$ od rešetke?

Rešenja

1. Iz parametarske jednačine kretanja

$$y = h + (v_0 \sin\alpha)t - gt^2/2\,,$$

zahtevajući da u tački B treba da je $y(t=\tau)=0$, gde τ vreme leta, ima se

$$\tau^2 - \frac{2v_0}{g}\sin\alpha\tau - \frac{2h}{g} = 0\,.$$

Vreme leta je

$$\tau_{1,2} = \frac{v_0}{g}\sin\alpha \pm \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2}\sin^2\alpha + \frac{2h}{g}}\,.$$

Treba prihvatiti zank + jer bi u suprotnom vreme leta bilo negativno.

U tački B važi

$$\tan\beta = \frac{|v_{x,B}|}{|v_{y,B}|} = \frac{v_0\cos\alpha}{|v_0\sin\alpha - g\tau|} = \frac{v_0\cos\alpha}{\sqrt{v_0^2\sin^2\alpha + 2gh}}\,.$$

Traženi ugao $\beta = 22,79°$.

2. Važi

$$-F_{tr1} + N_2 = 0\,, \tag{1}$$

$$-mg + N_1 + F_{tr2} = 0\,, \tag{2}$$

gde je

$$F_{tr1} = \mu N_1\,, \tag{3}$$

$$F_{tr2} = \mu N_2\,. \tag{4}$$

Odatle je

$$N_1 = \frac{mg}{1+\mu^2}\,, \tag{5}$$

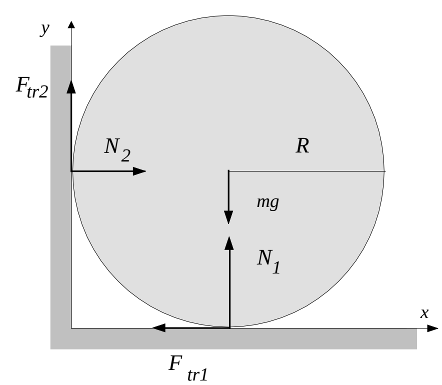
$$N_2 = \frac{\mu mg}{1+\mu^2}\,. \tag{6}$$

Momentna jednačina je ($I = (1/2)mR^2$)

$$I\alpha = -RF_{tr1} - RF_{tr2}\,, \tag{7}$$

odakle je

$$\alpha = -\frac{2g}{R}\frac{1+\mu}{1+\mu^2}\,. \tag{8}$$



Slika 3: *Uz rešenje zadatka zadataka 2.*

Ugaona brzina se menja tokom vremena prema

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t = \omega_0 - \frac{2g}{R}\frac{1+\mu}{1+\mu^2}\,, \tag{9}$$

Iz uslova $\omega(\tau) = 0$ sledi

$$\tau = \frac{\omega_0 R(1+\mu^2)}{2g(1+\mu)}\,. \tag{10}$$

Ugao rotacije je

$$\varphi(t) = \omega_0 t + \alpha t^2/2\,, \tag{11}$$

odakle je

$$\varphi(\tau) = \frac{\omega_0^2 R(1+\mu^2)}{4g(1+\mu)} = 2\pi n\,, \tag{12}$$

gde je n broj obrtaja.

Broj obrtaja je

$$n = \frac{\omega_0^2 R(1+\mu^2)}{8\pi g(1+\mu)}\,. \tag{13}$$

3. Ako je m masa diska, moment inercije za aksijalnu osu kroz centar mase je $I_z = (1/2)mR^2$. Na osnovu teoreme o upravnim osama ($I_x + I_y = I_z$), moment inercije za osu kroz centar mase koja leži u ravni diska i paralelna je osi rotacije je $I_x = (1/4)mR^2$. Primenom Štajnerove teoreme, moment inercije za osu koja odgovara osovini (osi rotacije) je $I_{O,d} = (1/4)mR^2 + mR^2$. Moment inercije zavarene kuglice prema osi rotacije je $I_{O,k} = mR^2$. Konacno, ukupni moent inercije je $I_O = I_{O,d} + I_{O,k} = (1/4)mR^2 + mR^2 + mR^2 = (9/4)mR^2$.

Momentna jednačina je

$$(9/4)mR^2\frac{d^2\theta}{dt^2} = -2mgR\sin\theta\,,$$

gde je θ ugao otklona sistema. Za male oscilacije $\sin\theta \simeq \theta$, pa je

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{8}{9}\frac{g}{R}\theta = 0\,,$$

odakle je

$$\omega^2 = \frac{8}{9}\frac{g}{R}.$$

Period oscilovanja je $T = 2\pi/\omega$, odnosno

$$T = 3\pi\sqrt{\frac{R}{2g}}.$$

4. Fundamentalna frekvencija u prvoj žici je

$$f_1 = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F_1}{\mu}}.$$

Drugi viši ton u drugoj žici ima frekvenciju

$$f_3 = 3\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F_2}{\mu}}.$$

Zahteva se da je $f_1 = f_3$, pa je

$$\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F_1}{\mu}} = 3\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F_2}{\mu}},$$

odakle sledi da je

$$F_2 = F_1/9\,.$$

5. Važi

$$\alpha S[t_p - t(\tau)]d\tau = mcdt\,,$$

gde je t temperatura testa. Razdvajanjem promenljivih, sledi

$$\int_{t_{t0}}^{t} \frac{dt}{t_p - t} = \frac{\alpha S}{mc} \int_{0}^{\tau} d\tau \,,$$

$$\ln \frac{t_p - t}{t_p - t_{t0}} = -\frac{\alpha S}{mc} \tau \,.$$

Zavisnost temperature testa od vremena je

$$t(\tau) = t_p - (t_p - t_{t0}) e^{-\frac{\alpha S}{mc}\tau} \,.$$

Temperatura od 100°C se postiže nakon

$$\tau_{100} = \frac{mc}{\alpha S} \ln \frac{t_p - t_{t0}}{t_p - 100} = 510,8\,\mathrm{s} \,.$$

6. Uglovi pod kojim se vide maksimumi za difrakcionu rešetku dati su relacijom:

$$\sin\theta_z = z\frac{\lambda}{a} \,, \tag{14}$$

gde je a korak rešetke, z ceo broj, a λ talasna dužina. Korak ove rešetke je:

$$a = \frac{1\,\mathrm{mm}}{500} = 2000\,\mathrm{nm} \,. \tag{15}$$

Kada talasna dužina raste, rastu i uglovi pod kojim se vide maksimumi, $\lambda \nearrow \Rightarrow \theta_z \nearrow$, pa je moguće da dođe do preklapanja maksimuma nižeg reda crvene svetlosti i maksimuma višeg reda ljubičaste svetlosti. Talasne dužine su:

$$\lambda_c = \frac{c}{f_c} \approx 390\,\mathrm{nm} \,, \tag{16}$$

$$\lambda_{lj} = \frac{c}{f_{lj}} \approx 780\,\mathrm{nm} \,. \tag{17}$$

Ugao pod kojim se vidi maksimum drugog reda crvene svetlosti je:

$$\theta_{2c} = \arcsin\left(2 \cdot \frac{780}{2000}\right) = 51,3^\circ \,. \tag{18}$$

Ugao pod kojim se vidi maksimum trećeg reda ljubičaste svetlosti je:

$$\theta_{3lj} = \arcsin\left(3 \cdot \frac{390}{2000}\right) = 35,8^\circ \,. \tag{19}$$

Dakle, dolazi do preklapanja spektra drugo i trećeg reda.

Pošto mora važiti,

$$\sin\theta_z < 1 \,, \tag{20}$$

onda je

$$z_{cmax}\frac{780}{2000} < 1 \Rightarrow z_{cmax} = 2 \,, \tag{21}$$

$$z_{ljmax}\frac{390}{2000} < 1 \Rightarrow z_{ljmax} = 5 \,. \tag{22}$$

Pomoću ove rešetke moguće je detektovati jedan centralni maksimum i po dva bočna, crvene boje, dale ukupno 5, i $n_{lj} = 2z_{ljmax} + 1 = 11$ maksimuma ljubičaste boje.

Ako postavimo koordinatnu osu x tako da prolazi kroz maksimume na zidu a da je nula na mestu centralnih maksimuma imamo:

$$x_{1c} = R\sin\theta_1 = R\frac{780}{2000} = 195\,\mathrm{mm}\,, \tag{23}$$

$$x_{1lj} = R\sin\theta_1 = R\frac{390}{2000} = 97,5\,\mathrm{mm}\,. \tag{24}$$

Rastojanje između maksimuma je:

$$\Delta x = x_{1c} - x_{1lj} = 97,5\,\mathrm{mm}\,. \tag{25}$$