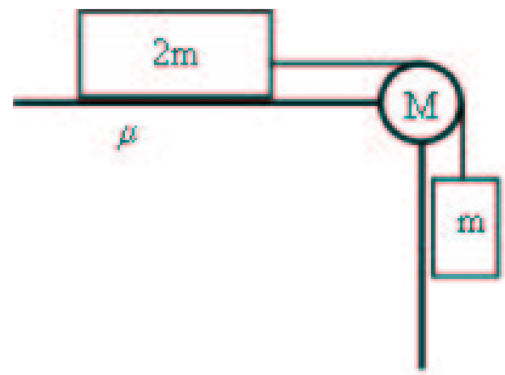
Elektrotehnički fakultet u Beogradu
Ispit iz **Fizike za SI**
Ispitni rok: februar 2014. (3.2.2014. godine). Trajanje ispita je $2,5\,\mathrm{h}$
Predmetni nastavnici: Predrag Marinković i Peđa Mihailović

I deo

1. Izvesti izraz za domet projektila izbačenog sa Zemlje brzinom v_0, pod uglom α u odnosu na horizontalu, ako se projektil kreće putanjom kosog hica. Ako je maksimalni domet projektila D_m, kolika je maksimalna visina koju projektil dostiže ako se izbaci pod uglom $\alpha = 30°$ u odnosu na horizontalu?

2. Odrediti koeficijent trenja μ za koji će se sistem sa slike 1 pokrenuti kada je prepušten sam sebi. Odrediti ubrzanje tega mase m u tom slučaju. Poznata je masa tega koji visi m, masa tega koji leži na horizontalnom stolu $2m$ i masa homogenog diska M. Idealan konac koji povezuje tegove ne proklizava preko diska, a disk može rotirati bez trenja oko horizontalne ose koja prolazi kroz centar mase.



Slika 1: *Uz zadatak 2.*

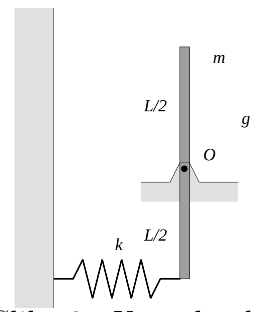
3. Tačka se kreće po krugu tako da je ugao rotacije dat sa $\theta(t) = pt^2 + qt$, gde su p i q konstante, a t vreme. Naći ugaonu brzinu (ω), ugaono ubrzanje (α) i odnos tangencijalnog i normalnog ubrzanja (a_τ/a_n) u proizvoljnom trenutku vremena.

4. Motor automobila koji se kreće po horizontalnom ravnom drumu razvija konstantnu snagu P. Ako na automobil deluje otporna sila oblika $F_{ot} = (1/2)C_x\rho S v^2$, gde je C_x bezdimenzionalni faktor otpora, ρ gustina vazduha, S poprečni presek automobila i v njegova brzina, koliku maksimalnu brzinu može da razvije automobil?

Elektrotehnički fakultet u Beogradu
Ispit iz **Fizike za SI**
Ispitni rok: februar 2014. (3.2.2014. godine). Trajanje ispita je $2,5\,\mathrm{h}$
Predmetni nastavnici: Predrag Marinković i Peđa Mihailović

II deo

5. Naći period malih oscilacija sistema kao na slici 2. Tanki štap mase m, koji osciluje u vertikalnoj ravni, ima dužinu L, a opruga (koja je jednim krajem zakačena za njegov kraj, a drugim krajem za zid) je krutosti k i bez mase. Zanemariti otpor u osloncu O i otpor vazduha.



Slika 2: *Uz zadatak 5.*

6. Materijalna tačka mase m kreće se kao linearni harmonijski oscilator po x osi: $x(t) = x_0 \cos(\omega t)$, gde je x_0 amplituda, a ω kružna učestanst. Ako se telo vrati u ravnotežni položaj nakon vremena τ, a najveća sila koja deluje na tačku je F_m, odrediti elongaciju u trenutku kada je intenzitet brzine materijalne tačke v.

7. Dva voza se na dva paralelna koloseka približavaju jedan drugome, svaki konstantnom brzinom prema zemlji v. Ako mašinovođa jednog voza zatrubi sirenom frekvencije f_0 tokom mimoilaženja vozova, za koliko se promeni frekvencija zvuka sirene koju čuju putnici u drugom vozu pri mimoilaženju?

8. Metalna žica zategnuta je između dve fiksne tačke. Ako se namesto nje zategne druga žica dva puta veće mase, učestanost osnovnog harmonika stojećeg talasa se smanji 20%. Koliki je u tom slučaju količnik sila kojom su zategnute prva i druga žica?

Elektrotehnički fakultet u Beogradu
Ispit iz **Fizike za SI**
Ispitni rok: februar 2014. (3.2.2014. godine). Trajanje ispita je 2, 5 h
Predmetni nastavnici: Predrag Marinković i Peđa Mihailović

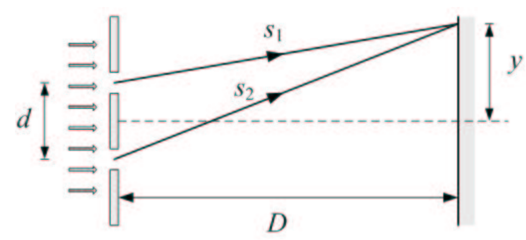
III deo

9. Spoljašnji ravan zid kuće od cigle debljine $d_c = 0.3\,\mathrm{m}$ potrebno je stiroporom termički izolovati. Ako se zahteva da je specifični toplotni gubitak kroz taj zid $q = 10\,\mathrm{W/m^2}$ pri temperaturi unutar kuće $t_u = 20°\mathrm{C}$ i spoljašnjoj temperaturi $t_0 = -20°\mathrm{C}$, koliko treba da je debljina izolacije (d_i)? Poznato je: termička provodnost cigle je $\lambda_c = 0.15\,\mathrm{W/(mK)}$, termička provodnost izolacije od stiropora $\lambda_i = 0.01\,\mathrm{W/(mK)}$, koeficijent konvektivnog prelaza toplote sa unutrašnjeg vazduha na zid $\alpha_u = 10\,\mathrm{W/(m^2K)}$ i koeficijent konvektivnog prelaza toplote sa spoljašnje strane zida sa stiroporom na okolinu $\alpha_0 = 5\,\mathrm{W/(m^2K)}$. Zanemariti ivične efekte.

10. Jako zagrejano telo mase m i specifične toplote c (od termički dobro provodnog materijala) površine S_1 i koeficijenta emisije e_1 stavljeno je u vakuumsku komoru površine unutrašnjih zidova komore S_2 (S_2 poredivo sa S_1 i $S_2 > S_1$) i koeficijenta emisije e_2. Ako je u trenutku vremena $\tau = 0$ temperatura tela bila T_{10}, a temperatura zida vakuumske komore uvek zanemariva prema temperaturi tela, odrediti zavisnost temperature tela od vremena $T_1(\tau)$. Smatrati da se toplota prenosi sa tela na komoru samo zračenjem. Poznata je Štefan-Bolcmanova konstanta zračnja crnog tela σ_c.

11. Bikonveksno stakleno sočivo, indeksa prelamanja $n = 1,5$ ima žižnu daljinu u vazduhu f_1. Sočivo se potopi u vodu indeksa prelamanja $n_v = 4/3$. Da li je sočivo sabirno ili rasipno u vodi? Odrediti položaj lika u odnosu na teme sočiva ako se svetao predmet nalazi na rastojanju p od temena sočiva i čitava postavka se nalazi u vodi. Za koja rastojanja p se formira realan lik?

12. Young-ov eksperiment za određivanje talasne dužine monohromatske svetlosti prikazan je šematski na slici 3. Na dva uska proreza međusobno pomerana za d pada normalno monohromatska svetlost. Na ekranu za registraciju, koji je na rastojanju D od proreza, registruje se interferenciona slika u obliku naizmenično raspoređenih svetlih i tamnih pruga. Ako je rastojanje između centralne i prve bočne svetle pruge na ekrtnu y, kolika je talasna dužina monohromatske svetlosti?



Slika 3: *Uz zadatak 12.*

Rešenje zadatka 1. Telo koje se kreće kao kos hitac ima ubrzanje $a_y = -g$ i $a_x = 0$. Imajući u vidu početni uslov brzine, sledi (prvi integral)

$$v_x(t) = v_0 \cos\alpha\,,$$

$$v_y(t) = v_0 \sin\alpha - gt\,.$$

Nakon drugog integrala,

$$x(t) = v_0 t \cos\alpha\,,$$

$$y(t) = v_0 t \sin\alpha - gt^2/2\,.$$

U trenutku udara tela o zemlju važi $y(\tau) = 0$, pa se dobija da je vreme leta

$$\tau = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}\,.$$

Domet je

$$D = x(\tau) = \frac{v_0^2}{g}\sin(2\alpha)\,.$$

Vidi se da je maksimalni domet (tada je $\sin 2\alpha = 1$)

$$D_m = \frac{v_0^2}{g}\,.$$

U tački maksimuma trajektorije je $v_y(\tau_m) = 0$, odakle je vreme leta do maksimuma

$$\tau_m = \frac{v_0^2 \sin\alpha}{g}\,,$$

pa je maksimalna visina

$$H = y(\tau_m) = \frac{v_0^2}{2g}\sin^2\alpha\,.$$

Maksimalna visina povezana je sa maksimalnim dometom kao

$$H = \frac{D_m}{2}\sin^2\alpha\,.$$

Za $\alpha = 30^\circ$ se ima

$$H(30^\circ) = D_m/8\,.$$

Rešenje zadatka 2. Može se napisati

$$mg - T_1 = ma\,,$$

$$T_1 R - T_2 R = I\alpha\,,$$

$$T_2 - 2\mu mg = 2ma\,.$$

Ako se zahteva da je $a = 0$, sledi da je $\alpha = 0$, odnosno $T_1 = T_2 = mg$ ili $mg = 2\mu mg$, pa sledi da je $\mu = 1/2$. Ako je $\mu < 1/2$ sistem se može kretati.

Imajući u vidu da je $I = (1/2)MR^2$ i da je $\alpha = a/R$, dobija se da je ubrzanje sistema

$$a = g\frac{1 - 2\mu}{3 + M/(2m)}\,.$$

Rešenje zadatka 3. Ugaona brzina je

$$\omega(t) = \dot{\theta} = 2pt + q\,.$$

Ugaono ubrzanje je

$$\alpha(t) = \ddot{\theta} = 2p\,.$$

Tangencijalno ubrzanje je $a_\tau = R\alpha$, normalno ubrzanje je $a_n = R\omega^2$, gde je R radijus kruga. Odnos tangencijalnog i normalnog ubrzanja je

$$\frac{a_\tau}{a_n} = \frac{2p}{(2pt+q)^2}\,.$$

Rešenje zadatka 4.

Maksimalna brzina automobila se dobije kada se izjedna[c]e vučna i otporna sila

$$\frac{P}{v} = (1/2)C_x \rho S v^2\,,$$

odakle je

$$v = \sqrt[3]{\frac{2P}{C_x \rho S}}\,.$$

Rešenje zadatka 5. Momentna jednačina je

$$I_0 \ddot{\theta} = -M_0\,,$$

gde je $I_0 = (1/12)mL^2$ i $M_0 = -(L/2)k(L/2)\theta$, što konačno daje

$$(1/12)mL^2\ddot{\theta} + (L^2/4)k\theta = 0\,,$$

odakle je

$$\omega^2 = \frac{3k}{m},$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}.$$

Rešenje zadatka 6. Ako je τ vreme vraćanja tela u ravnotežni položaj, tada je $T = 2\tau = 2\pi/\omega$, odakle je $\omega = \pi/\tau$.

Sila koja deluje na telo je

$$F = ma_x = -x_0 m\omega^2 \cos\omega t\,,$$

odakle je maksimalna sila

$$F_m = m x_0 \omega^2\,.$$

Amplituda je

$$x_0 = \frac{F_m}{m\omega_2} = \frac{F_m \tau^2}{\pi^2 m}\,.$$

Kako je

$$v_x = -x_0\omega \sin\omega t\,,$$

$$x = x_0 \cos\omega t\,,$$

odatle je za $v_x = v$

$$x = \sqrt{x_0^2 - v^2/\omega^2} = \sqrt{\frac{F_m^2\tau^4}{\pi^4 m^2} - \frac{v^2\tau^2}{\pi^2}}\,.$$

Rešenje zadatka 7. Frekvencija koja se čuje u drugom vozu pre mimoilaženja je

$$f_1 = f_0\frac{c+v}{c-v}\,.$$

Frekvencija koja se čuje posle mimoilaženja je

$$f_2 = f_0\frac{c-v}{c+v}\,.$$

Razlika frekvncija je

$$\Delta f = f_1 - f_2 = f_0\Big(\frac{c+v}{c-v} - \frac{c-v}{c+v}\Big) = f_0\frac{4cv}{c^2-v^2}\,.$$

Rešenje zadatka 8. Za osnovni mod važi $\lambda_1 = \lambda_2 = 2l$. Frekvencije oscilovanja su

$$f_1 = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F_1 l}{m}}\,,$$

$$f_2 = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F_2 l}{2m}}\,.$$

kako je $f_2 = \frac{4}{5}f_1$ i $f_1/f_2 = \sqrt{2F_1/F_2}$, ima se

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{25}{32}\,.$$

Rešenje zadatka 9. Specifični toplotni protok kroz ravan zid je

$$q = \frac{t_u - t_0}{\frac{1}{\alpha_u} + \frac{d_c}{\lambda_c} + \frac{d_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_0}}\,.$$

Debljina izolacije je

$$d_i = \lambda_i\Big[\frac{t_u - t_0}{q} - \big(\frac{1}{\alpha_u} + \frac{d_c}{\lambda_c} + \frac{1}{\alpha_0}\big)\Big] = 1,7\,\mathrm{cm}\,.$$

Rešenje zadatka 10. Količina toplote koju telo izgubi u vremenskom intervalu $d\tau$ mora biti jednaka količini toplote koja se sa tela emituje zračenjem, te je

$$mcdT_1(\tau) = -\sigma_{12}S_1[T_1(\tau)^4 - T_2^4]d\tau\,.$$

gde je

$$\sigma_{12} = \frac{\sigma_c}{\frac{1}{e_1} + \big(\frac{1}{e_2} - 1\big)\frac{S_1}{S_2}}\,.$$

Kako je $T_2 \ll T_1$, važi

$$\frac{dT_1}{T_1^4} = -\frac{\sigma_{12} S_1}{mc} d\tau \,,$$

$$\int_{T_{10}}^{T_1} \frac{dT_1}{T_1^4} = -\frac{\sigma_{12} S_1}{mc} \int_0^\tau d\tau \,.$$

Temperatura tela u funkciji vremena je

$$T_1(\tau) = \sqrt[3]{\frac{1}{T_{10}^3} + \frac{3\sigma_{12} S_1}{mc}\tau} \,.$$

Rešenje zadatka 11.

$$\frac{1}{f_1} = \Big(\frac{n_s}{1} - 1\Big)\Big(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\Big) = \frac{1}{2}\Big(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\Big) \,,$$

$$\frac{1}{f_2} = \Big(\frac{n_s}{n_v} - 1\Big)\Big(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\Big) = \frac{1}{8}\Big(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\Big) = \frac{1}{4f_1} \,,$$

S obzirom na to da je $n_s > n_v$, sledi da je $f_2 > 0$.

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{l_2} = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{4f_1} \,.$$

$$l_2 = \frac{4f_1 p_2}{p_2 - 4f_1} \,.$$

Lik je realan ($l_2 > 0$) kada je $p_2 > 4f_1$.

Rešenje zadatka 12.

$$s_2 - s_1 = \lambda \,,$$

Na osnovu geometrije je

$$s_2^2 = D^2 + (d/2 + y)^2 \,,$$

$$s_1^2 = D^2 + (d/2 - y)^2 \,.$$

Iz prethodne dve jednačine oduzimanjem sledi

$$s_2^2 - s_1^2 = 2dy = (s_2 - s_1)(s_2 + s_1) \,.$$

Iz geometrije je

$$s_2 + s_1 \approx 2D \,,$$

pa je

$$\lambda = s_2 - s_1 \approx \frac{d}{D} y \,.$$