Осцилације

$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

$f_0 = \frac{1}{T_0}$

$v = \dot{x} = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$

$a = \dot{v} = \ddot{x} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = $ (0 v const) $\iff$ $\ddot{x}m = -kx$

Код осцилација без губитака (√7X0)

$\ddot{x}m$ = suma svih sila koje deluju na telo u liniji pravca ravnot. polož.

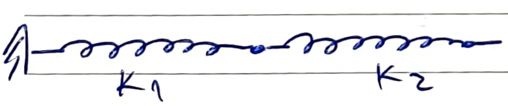
$F_r = kx$

$x(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi)$

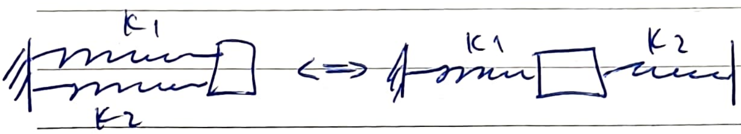
A и φ добијамо из почетних услова:

$x(t=0) = A \Rightarrow A$

$v(t=0) = 0 \Rightarrow \varphi$



$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$



$k = k_1 + k_2$

$E_p + E_k = E_u = const$ $\quad E_u = E_{k\,max} = E_{p\,max}$

$E_k = \frac{1}{2}mv^2$ $\quad E_p = \frac{1}{2}kx^2$ $\quad E_u' = 0$

Математичко клатно

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}} \quad \boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}}$$

$$\theta(t) = \theta_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\boxed{\ddot{\theta} l = \text{збир свих сила}}$$

Физичко клатно

$$I_0 \cdot \ddot{\theta} = -mg\, r_c \sin\theta$$

$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{mgr_c}{I_0}\sin\theta = 0}$$

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{mgr_c}{I_0}}}$$

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

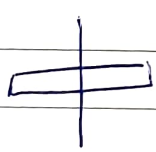
$$\boxed{I_0 \cdot \ddot{\theta} = \Sigma M}$$

r_c – растојање CM од осе ротације

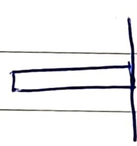
$$\boxed{M = F \cdot r}$$

Моменти инерције

Штап

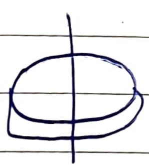


$\frac{1}{12} m l^2$



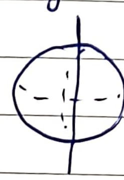
$\frac{1}{3} m l^2$

Цилиндар / диск



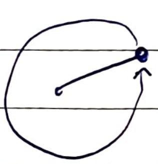
$\frac{1}{2} m R^2$

Кугла



$\frac{2}{5} m R^2$

Мат. тачка



$I = mR^2$

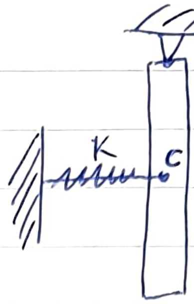
$$I_p = I_c + md^2$$

d – растојање оса

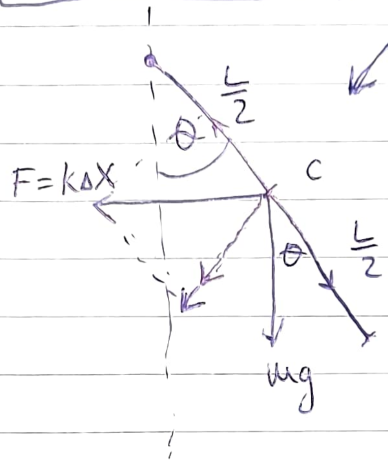
Мале осцилације

$\sin\theta \approx \theta$

$\cos\theta \approx 1$

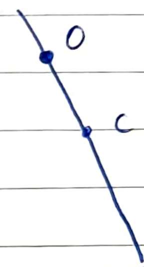


$I_O \ddot\theta = -M_{mg} - M_F$



$M_{mg} = \frac{L}{2} mg \sin\theta$

$M_F = \frac{L}{2} k \Delta x \cos\theta$



ne utiče na rađenje zadatka

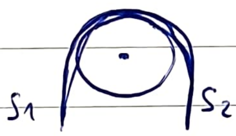
Када постоји амортизер

отпор амортизера $\quad r = 2\alpha \cdot m$

$2\alpha = \frac{r}{m}$ $\quad F_{ot} = r \cdot v$

Котур са канапима

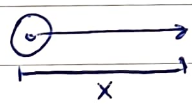
$I_C \cdot \ddot\theta = S_1 R - S_2 R$



$T = \mu N$

$x = R \cdot \theta$

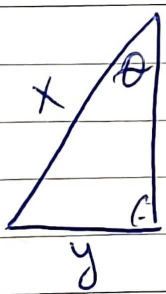
$\theta = \frac{x}{R}$



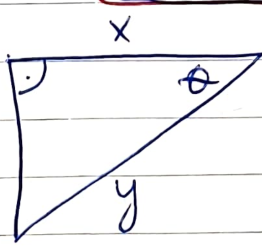
сложено кретање

$E_u' = 0 \quad E_k = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I_O \omega^2$

$v = \omega R$



$y = x \sin\theta$



$y = x \cos\theta$

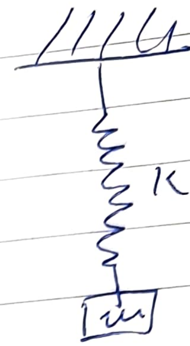
СВЕ ШТО ПОДРЖАВА КРЕТАЊЕ У ТОМ СМЕРУ (+)

СВЕ ШТО НЕ ПОДРЖАВА (−)

$F_p = \rho V g$

Пригушене осцилације

Када делује конст. сила, она утиче само на померај равнотежног положаја



$$X_{st} = \frac{mg}{k}$$

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi) + \frac{mg}{k}$$

Слагање осцилација

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega$$

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

$$\Delta\varphi = \pm\pi \Rightarrow x(t) = 0$$

$A_1 = A_2 = A_0 \quad \omega_1 \neq \omega_2$

$$x(t) = 2A_0\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)\cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$$

$\Delta\omega \ll \Rightarrow$ таласна промена ампл.

$$T_B = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

Пригушене осцилације

$$\ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\alpha = \frac{b}{2m}$$ коеф. пригуш.

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Слабо пригушење $\alpha < \omega_0$

$$x(t) = C e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi_0) \qquad Q \approx \frac{\omega}{2\alpha} = \frac{\omega_0}{2\alpha}$$

Јако пригушење (апериодично) $\alpha > \omega_0$

$$x(t) = A e^{s_1 t} + B e^{s_2 t} \qquad s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

Критично пригушење $\alpha = \omega_0$

$$x(t) = (A + Bt) e^{-\alpha t} \qquad s_1 = s_2 = -\alpha$$

$$x(t=0) = x_0 \qquad v(t=0) = 0$$

$$\Lambda = \alpha T = \ln \frac{A_i}{A_{i+1}} \qquad Q = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\alpha T}}$$

$Q \geq 3$ $\quad \omega \approx \omega_0 \quad Q = \dfrac{\omega_0}{2\alpha}$ ВЕЛИКИ ФАКТОР ДОБРОТЕ

Принудне осцилације

$$x(t) = A\cos(\Omega t + \psi)$$

$$A = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 - (2\alpha\Omega)^2}} \qquad tg\,\psi = \frac{2\alpha\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$

$$\Omega_{REZ} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\alpha^2} \qquad A_{REZ} = \frac{\frac{F_0}{m}}{2\alpha\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}$$

$p = \frac{F_{\text{ин}}}{F(t)}$ појачање – однос резултантне и принудне силе (њихових ампл.)

$$F_{\text{ин}} = m\ddot{x} = m\,(x(t))''$$

$p = \frac{A(F_{\text{ин}})}{A(F(t))}$ $\qquad F(t) = F_0\cos(\Omega t)$

$$A(F_t) = F_0$$

$P_G = F_{ot}\cdot v = F_{ot}\cdot\dot{x}$ – снага која се губи (апсорбује)

$= r v \dot{x} = r(\dot{x})^2$