



# PRINCIPI MODERNIH TELEKOMUNIKACIJA

*Elektrotehnički fakultet  
Katedra za telekomunikacije  
Beograd, 2019/2020.*



# **Prenos digitalnih signala u osnovnom opsegu učestanosti (OOU)**

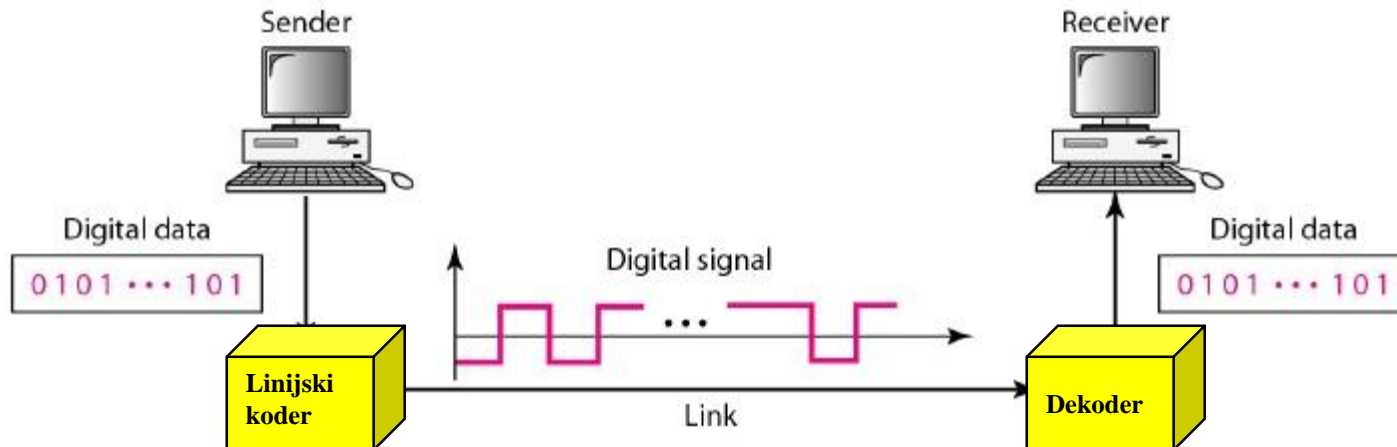
# Digitalni signal, linijski koder

## \* Digitalni signali:

- Signali su po svojoj prirodi najčešće analogni, pa je potrebno izvršiti A/D konverziju signala (diskretizacija u vremenu, kvantizacija, kodiranje)
- Signal može biti i digitalan po prirodi (iz računara)
  - Niz nula i jedinica koji nose nekakve podatke.

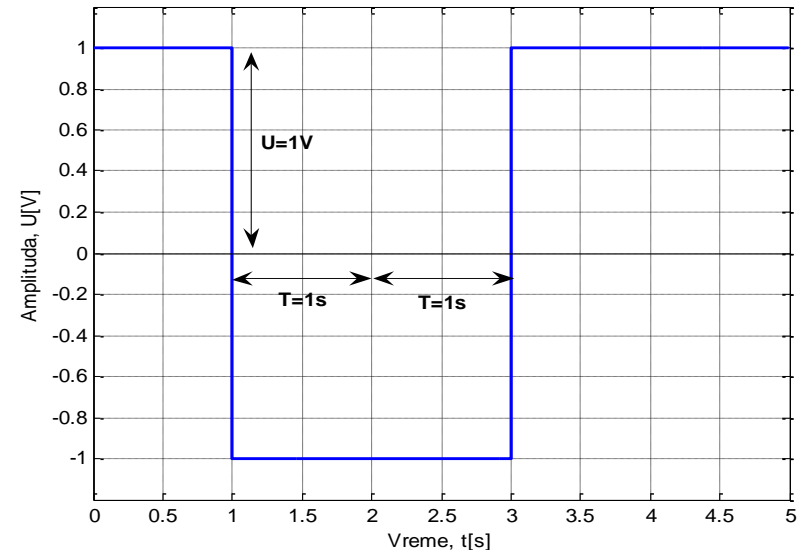
## \* Niz bita koji sadrži informaciju u linijskom koderu se predstavlja talasnim oblikom napona koji se naziva digitalnim signalom.

- Za istu informacionu sekvencu talasni oblici digitalnog signala mogu biti različiti i zavise od tipa primenjenog linijskog koda!



# Primer – polarni binarni digitalni signal

- \* Slučajna povorka pravougaonih polarnih impulsa trajanja  $T$ .
  - Posmatrana povorka impulsa nije periodična ( $T$  u ovom slučaju ne označava periodu)!
  - Tokom svakog intervala dužine  $T$ , impuls ima oblik usamljenog pravougaonog impulsa (analiziran na prethodnim časovima).
    - Tada se kaže da je elementarni impuls oblika usamljenog pravougaonog impulsa amplitude  $U$ .
    - Interval  $T$  se naziva signalizacionim intervalom binarnog signala.
  - Povorci impulsa je moguće pridružiti sekvencu bita, pri čemu svaka binarna nula određuje negativni, a svaka jedinica pozitivni polaritet impulsa u posmatranom signalizacionom intervalu.
    - Tada se kaže da je signalu pridružena binarna informaciona sekvenca (informacioni sadržaj).
    - Signal koji emituje izvor je binarni polarni digitalni signal.
    - Primer za:
      - $U=1V$ ,  $T=1s$ ,
      - $a_1=1$ ,  $a_2=0$ ,  $a_3=0$ ,  $a_4=1$ ,  $a_5=1$

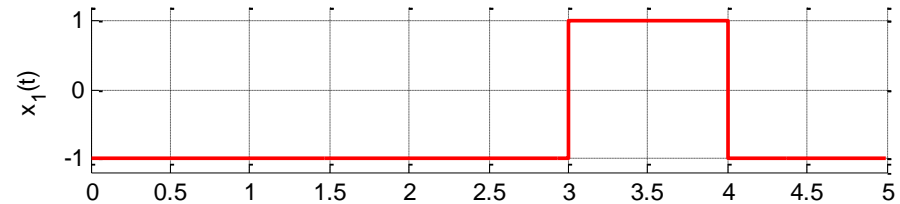


# Primer – polarni binarni digitalni signal

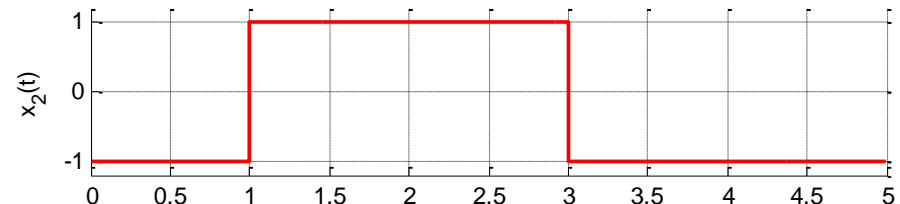
## \* Ansambl mogućih funkcija polarnog binarnog digitalnog signala:

- U pet sukcesivnih signalizacionih intervala može da se pojavi  $2^5=32$  različitih talasnih oblika digitalnog signala jer toliko ima različitih binarnih kombinacija informacionog sadržaja.
- Što je vreme posmatranja duže, broj kombinacija raste eksponencijalno ali svi ovi signali imaju neke zajedničke osobine!

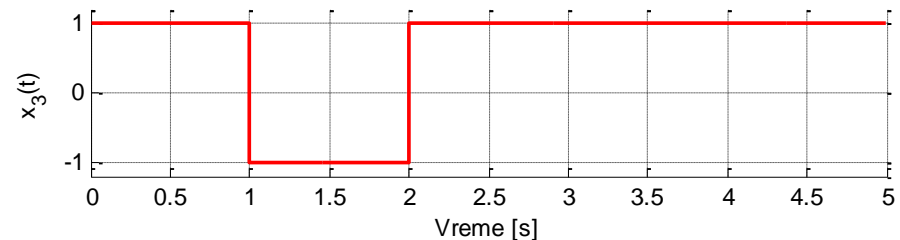
$$a^{(1)}=[0, 0, 0, 1, 0] \rightarrow$$



$$a^{(2)}=[0, 1, 1, 0, 0] \rightarrow$$



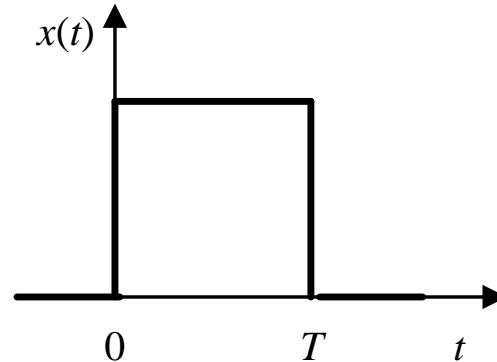
$$a^{(3)}=[1, 0, 1, 1, 1] \rightarrow$$



# Digitalni signal

- \* Najednostavniji oblik digitalnog signala je binarni digitalni signal
- \* Opšti izraz za digitalni signal

$$u(t) = \sum_k a_k x(t - kT)$$

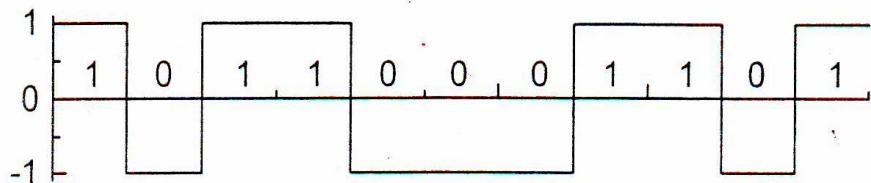


- \* Linijski kod (i odgovarajući digitalni signal) određeni su koeficijentima  $a_k$  i oblikom impulsa  $x(t)$ , koji se naziva elementarnim signalom.
- \* U slučaju prethodno posmatranog polarnog binarnog signala, impuls  $x(t)$  predstavlja pravougaoni impuls čije je trajanje jednako signalizacionom intervalu  $T$  (elementarni signal može da bude i drugačijeg oblika!)
- \* Način na koji se binarni simboli mapiraju u koeficijente  $a_k$ , takođe karakteriše linijski kod
  - za binarni polarni prenos  $a_k \in \{-1, 1\}$
  - za binarni unipolarni prenos  $a_k \in \{0, 1\}$

# Primeri digitalnih signala (linijskih kodova)

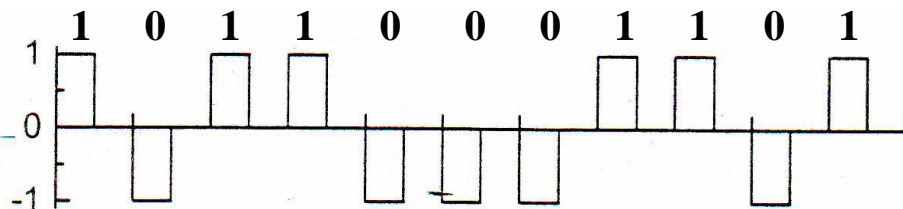
- Polarni binarni signal bez povratka na nulu

(*Polar, Non-Return-to-Zero – NRZ*)



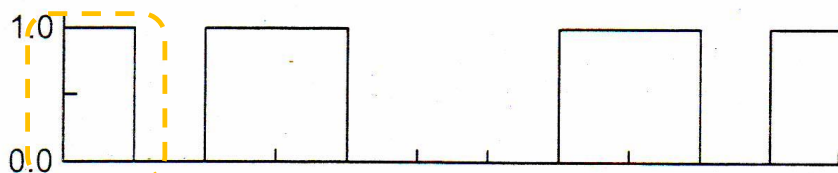
- Polarni binarni signal sa povratkom na nulu

(*Polar, Return-to-Zero – RZ*)



- Unipolarni binarni signal bez povratka na nulu

(*Unipolar, NRZ*)



Standardni impuls  $x(t)$  amplitude 1V i trajanja jednakog  $T$  ( $T$  signalizacioni interval)

- Unipolarni binarni signal sa povratkom na nulu

(*Unipolar, RZ*)



Standardni impuls  $x(t)$  amplitude 1V i trajanja jednakog  $T/2$  ( $T$  je signalizacioni interval)

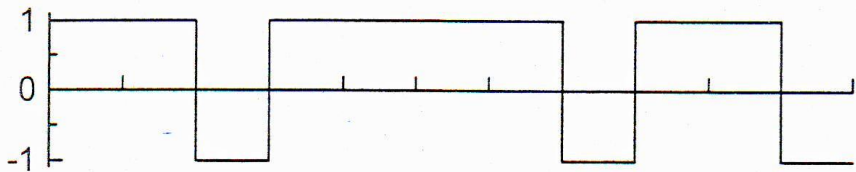
# Unipolarni/polarni binarni signal (RZ i NRZ)

- \* **Unipolarni signali** u opštem slučaju, zavisno od informacionog sadržaja, imaju konstantnu vrednost koja je iz skupa  $\{0, +U\}$ 
  - NRZ: konstantna vrednost tokom jednog signalizacionog intervala trajanja  $T$
  - RZ: konstantna vrednost signala tokom jednog dela signalizacionog intervala trajanja  $T_1 < T$  (najčešće  $T_1 = T/2$ ), dok ostatak signalizacionog intervala uvek ima vrednost 0
  - Nedostatak – i kod NRZ i RZ kodova jednosmerna komponenta je uvek veća od nule
  - Dugi niz nula podrazumeva dug period sa nultim naponskim nivoom, što stvara probleme na prijemu (prepoznavanje početka/kraja signalizacionog intervala).
- \* **Polarni signali** u opštem slučaju, zavisno od informacionog sadržaja, imaju konstantnu vrednost koja je iz skupa  $\{-U, +U\}$ 
  - NRZ: konstantna vrednost tokom jednog signalizacionog intervala trajanja  $T$
  - RZ: tokom jednog dela signalizacionog intervala trajanja  $T_1 < T$  (najčešće  $T_1 = T/2$ ), dok ostatak signalizacionog intervala uvek ima vrednost 0
  - Jednosmerna komponenta je jednaka nuli, samo ako je  $P(0) = P(1)$
  - Polarni RZ ima dobre karakteristike po pitanju sinhronizacije (apsolutna vrednost signala predstavlja takt, tačno određuje početak i sredinu sign. intervala!)
  - Za jednake vrednosti srednje snage signala, polarni signali su otporniji na šum od unipolarnih signala

# Diferencijalni, AMI i Mančester kod

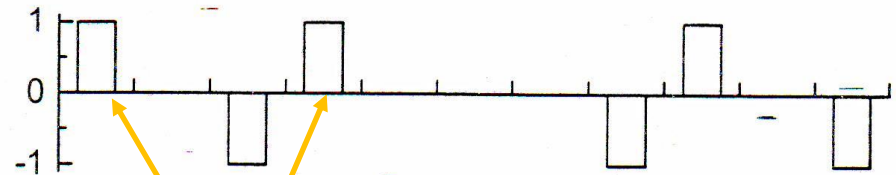
- Diferencijalno kodiran polarni

0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 1



- AMI (*Alternating Mark Inversion*)

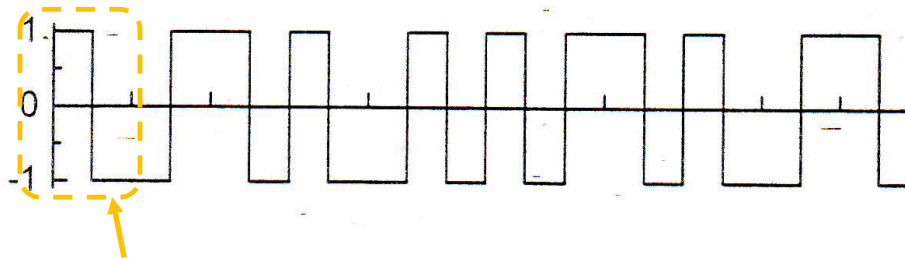
1 0 1 1 0 0 0 1 1 0 1



Binarni simbol 1 se predstavlja naizmenično pozitivnim i negativnim naponskim nivoom, binarna 0 se predstavlja nulnim naponskim nivoom

- Mančester kod

1 0 1 1 0 0 0 1 1 0 1



Standardni impuls  $x(t)$  ima amplitudu 1V u toku prve polovine signalizacionog intervala, -1V u drugoj polovini

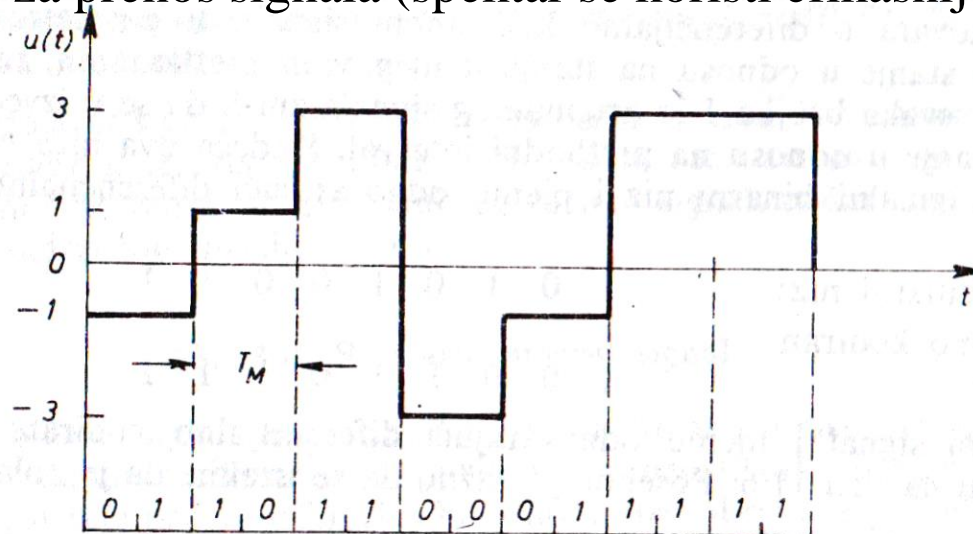
# Diferencijalni, AMI i Manchester kod

- \* **Diferencijalni kod** obezbeđuje da se šalje jednak broj pozitivnih i negativnih impulsa, bez obzira na vrednost informacionog sadržaja
  - Binarna jedinica u informacionom sadržaju dovodi do promene polariteta digitalnog signala u posmatranom signalizacionom intervalu (nula – nema promene polariteta, tj. naponskog nivoa),
  - Jednosmerna komponenta je uvek bliska nuli (na dovoljno dugoj sekvenci, jednosmerna komponenta je ravna nuli).
  
- \* **AMI kod**
  - Binarna jedinica u informacionom sadržaju se naizmenično predstavlja kao  $-U$  ili  $+U$ , binarna nula u informacionom sadržaju se predstavlja kao nivo 0,
  - Dva uzastopna pozitivna ili negativna impulsa,  $(+U, +U)$  ili  $(-U, -U)$  ukazuju da je došlo do greške pri prenosu – kod ima sposobnost detekcije greške,
  - Jednosmerna komponenta bliska nuli.
  
- \* **Manchester kod**
  - Binarna nula – na prvoj polovini signalizacionog intervala signal ima nivo  $-U$ , a na drugoj polovini  $+U$  (tranzicija “nagore”),
  - Binarna jedinica – na prvoj polovini signalizacionog intervala signal ima nivo  $+U$ , a na drugoj polovini  $-U$  (tranzicija “nadole”),
  - Jednosmerna komponenta jednaka nuli.

# Višenivovski signali (M-arni)

## \* Primer:

- $M=4$ , digitalni signal je okarakterisan sa 4 vrednosti naponskih nivoa:  
-3, -1, 1, 3
- Predstava u binarnom brojnom sistemu sa  $\log_2(4)=2$  binarne cifre
- Svakom dibitu pridružuje se jedan od naponskih nivoa, a u opštem slučaju svakoj  $n$ -bitnoj kombinaciji pridružuje se jedan od  $M=2^n$  nivoa.
- Trajanje signalizacionog intervala  $T_M$ , brzina signaliziranja  $V_M=1/T_M$
- Digitalni signal se predstavlja sa  $M$  amplitudskih nivoa, a trajanje signalizacionog intervala se produžava  $n=\log_2 M$  puta
- Kao posledica smanjenja brzine signaliziranja, potreban je  $\log_2 M$  uži propusni opseg za prenos signala (spektar se koristi efikasnije!)



-3 → 00  
-1 → 01  
+1 → 10  
+3 → 11

# Simbolski i ekvivalentni binarni protok

## \* Kod binarnih signala bitne veličine su

- Naponski nivoi (dva nivoa, u opštem slučaju  $U_0$  i  $U_1$ );
- Širina binarnog *signalizacionog intervala*  $T[s]$ ;
- *Binarni protok* (označava broj emitovanih bita u jednoj sekundi):

$$V=1/T \text{ [b/s]}$$

## \* Kod višenivoskih signala bitne veličine su

- Naponski nivoi ( $M$  nivoa, u opštem slučaju  $U_0, U_1, \dots, U_{M-1}$ );
- Širina *signalizacionog intervala* koji odgovara jednom  $M$ -arnom simbolu, naziva se i *simbolski interval* i označava sa  $T_S [s]$  (nekad i oznaka  $T_M=T_S$ );
- *Signalizacioni (simbolski) protok*  $V_S=1/T_S [\text{simb/s}]$  (označava broj emitovanih simbola u jednoj sekundi, tj. broj poslatih  $M$ -arnih impulsa u jednoj sekundi);
- Može se definisati i *ekvivalentni binarni protok*, koji pokazuje koliki bi bio binarni protok na izlazu iz binarnog izvora koji bi emitovao isti informacioni sadržaj kao posmatrani  $M$ -arni izvor.
- Ekvivalentni binarni protok računa se kao

$$V_b=V_S*\log_2(M) \text{ [b/s].}$$

- *Ekvivalentni binarni signalizacioni* interval računa se kao:

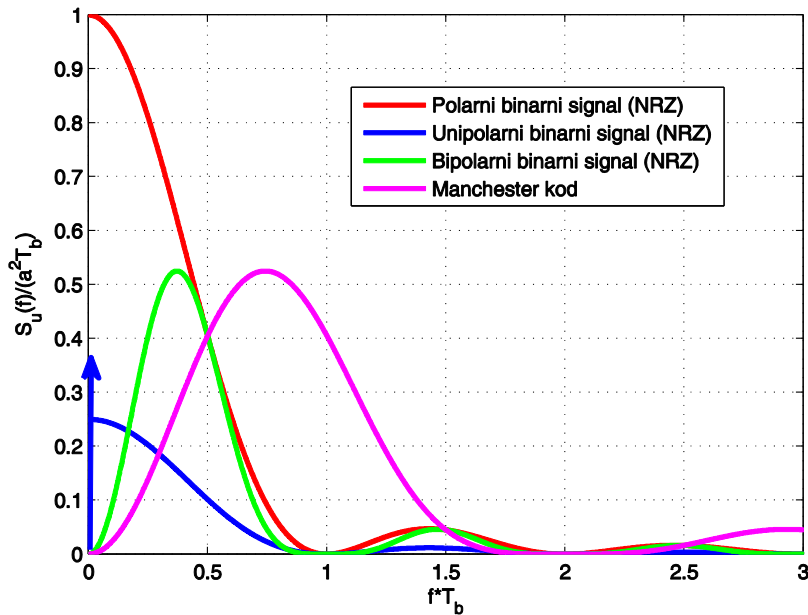
$$T_b=T_S/\log_2(M)=1/[V_S*\log_2(M)] \text{ [s].}$$

# Kriterijumi za izbor digitalnog signala

## \* Osnovni zahtevi pri izboru odgovarajućeg digitalnog signala su:

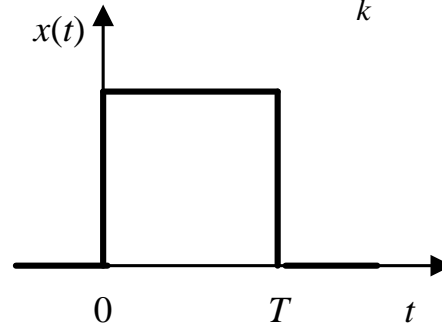
- Jednosmerna komponenta – izborom digitalnog signala koji nema jednosmernu komponentu, omogućava se kondenzatorska ili transformatorska sprega u sistemu. Sistem tada nije osetljiv na izobličenja u domenu niskih učestanosti. Diferencijalni, AMI i Manchester kod imaju nultu srednju vrednost za bilo koji informacioni sadržaj, tj. za bilo koje  $P(1)$ .
- Samosinhronizacija – osobina signala da je pojednostavljen proces sinhronizacije u sistemu, odnosno prepoznavanje početka i kraja signalizacionog intervala na osnovu digitalnog signala (RZ su povoljniji od NRZ). Manchester kod ima povoljnu osobinu, jer ima tranziciju na sredini svakog signalizacionog intervala bez obzira na to da li se vrši prenos logičke 1 ili logičke 0.
- Sposobnost korekcije greške – mogućnost da se greška detektuje bez dodavanja posebnog bita za detekciju greške (u slučaju AMI koda može se detektovati narušavanje alternacije polariteta).
- Spektralna efikasnost – količnik ekvivalentne brzine signaliziranja (ekvivalentni binarni protok) i minimalno potrebnog opsega učestanosti za prenos signala. Spektralno najefikasniji su višenivovski digitalni signali! Kod binarnih signala: polarni NRZ, unipolarni NRZ signali, AMI su spektralno efikasniji od RZ signala i Manchester koda.
- Otpornost na šum – izbor pogodnog oblika digitalnog signala utiče na otpornost sistema na uticaj šuma u toku prenosa. Primer: polarni NRZ signal je otporniji na šum u odnosu na unipolarni NRZ signal (u slučaju polarnog potrebno je razlikovati impulse različitog polariteta, a u slučaju unipolarnog signala prisustvo i odsustvo impulsa).

# Pregled digitalnih signala

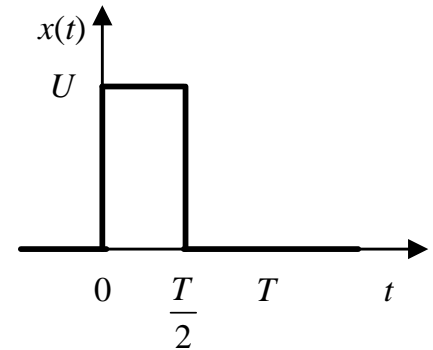


## Opšti oblik digitalnog signala

$$u(t) = \sum_k a_k x(t - kT)$$



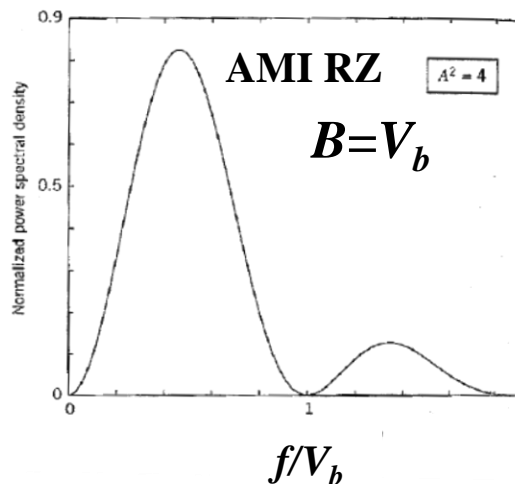
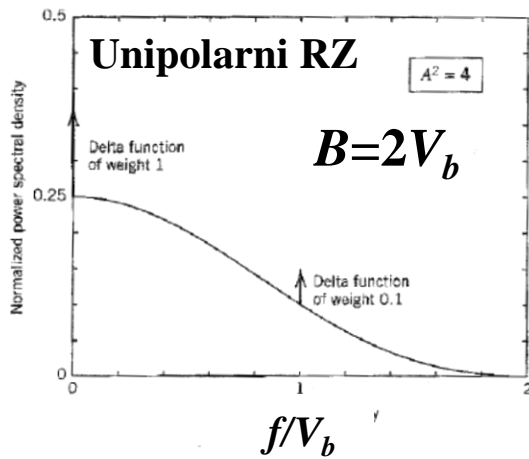
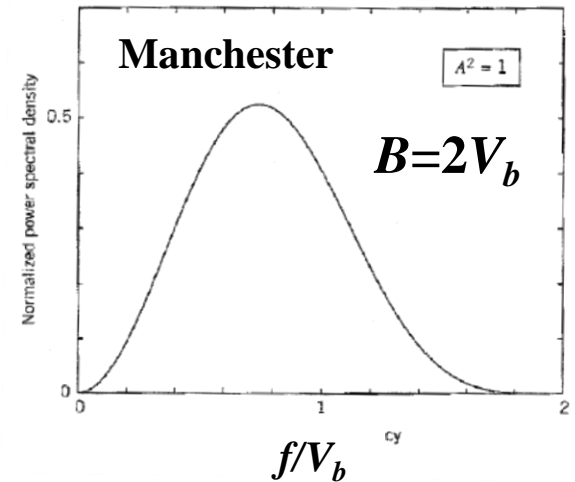
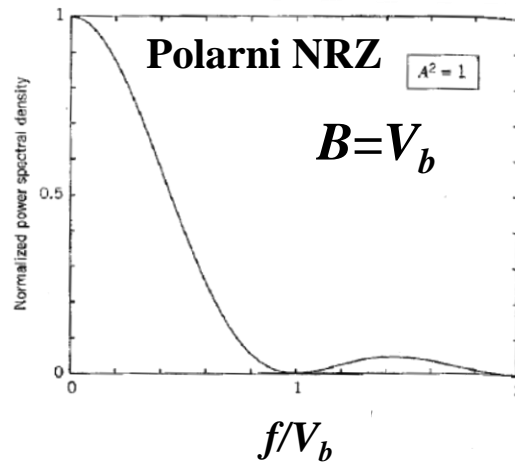
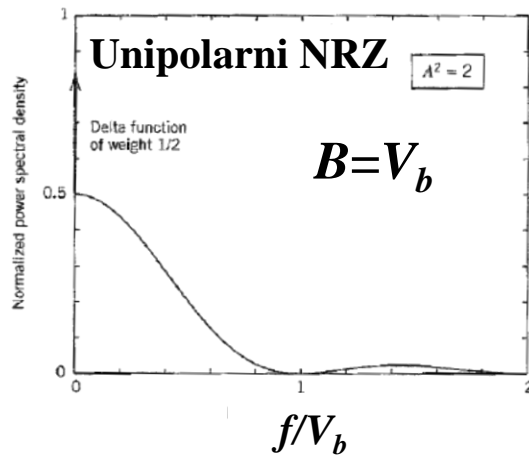
standardni signal za NRZ signaliziranje



standardni signal za RZ signaliziranje

- Izborom signala  $x(t)$  može se izvršiti uobličavanje spektra (pošto se radi o slučajnim signalima, u pitanju je spektar snage)! Spektar snage digitalnog signala zavisi od oblika standardnog signala  $x(t)$ , kao i načina na koji se na osnovu binarne informacione sekvence formiraju koeficijenti  $a_k$ .
- Za sve slučajeve analiziranih linijskih kodova, spektar dobijenog digitalnog signala je beskonačno širok. Vrednosti spektralnih komponenti se smanjuju sa povećanjem frekvencije.
- Jedan od kriterijuma za određivanje propusnog opsega potrebnog za prenos značajnih komponenti u spektru digitalnog signala je kriterijum „*prve nule u spektru*“. Ova granična učestanost zavisi od primenjenog linijskog koda (videti sliku).

# Pregled digitalnih signala



**Spektralna efikasnost**

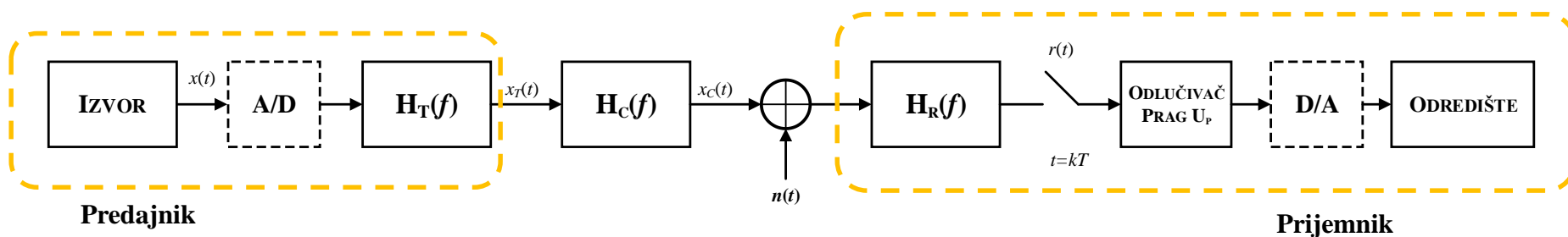
$$\eta_s = \frac{V_{eb}}{B}$$

- Za binarni signal protoka  $V_b$  širina spektra signala „prve nule“:

$B = V_b$  (unipolarni NRZ, polarni NRZ, AMI) → spektralna efikasnost  $\eta_s = 1 \text{ b/s/Hz}$

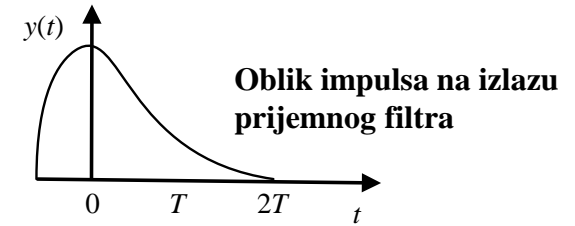
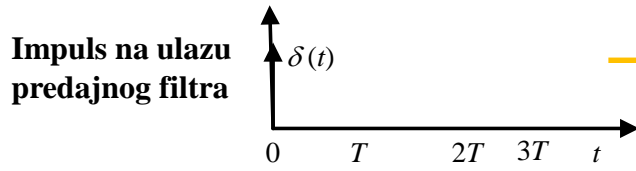
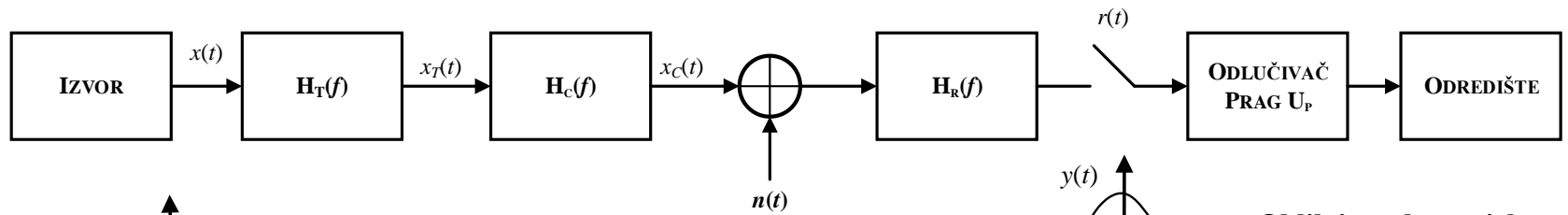
$B = 2V_b$  (unipolarni RZ, polarni RZ, Manchester) → spektralna efikasnost  $\eta_s = 0.5 \text{ b/s/Hz}$

# Blok šema sistema za prenos digitalnih signala u OOU

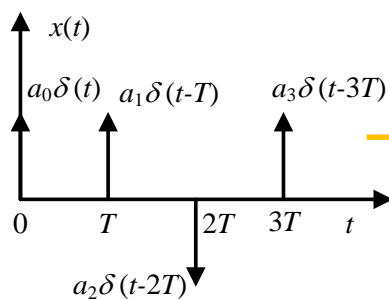


- U predajniku informacioni niz se konvertuje u impulse i formira signal  $x(t)$  (analogno/digitalni konvertor A/D u predajniku je opcion u zavisnosti od izvora informacija).
- Predajni filtar  $H_T(f)$  ima karakteristiku NF filtra, uobličava impulse koji se šalju na liniju veze (u kanal), da bi spektar signala na liniji veze bio u skladu sa dostupnim (ograničenim) opsegom frekvencija za prenos signala.
- Pri prenosu u osnovnom opsegu učestanosti kanal ima karakteristiku NF filtra, funkcije prenosa  $H_C(f)$ . Kanal unosi izobličenja, i na signal se superponira i aditivni šum  $n(t)$ .
- Prijemni NF filtar  $H_R(f)$  ima ulogu da kompenzuje nastala izobličenja i prilagodi signal. Cilj je da u trenutku odabiranja i odlučivanja o poslatom simbolu odnos snage korisnog signala (koji „nosi“ informaciju) i svih izobličenja (šuma) bude maksimalan mogući. Odbirci prijemnog signala se uzimaju u tačno određenim trenucima vremena, upoređuju se sa referentnom vrednošću (prag odlučivanja) i donosi se odluka o poslatom simbolu u posmatranom signalizacionom intervalu. Na osnovu donete odluke generiše se nov digitalni signal (ukoliko nije došlo do greške, regenerisani signal je identičan poslatom).

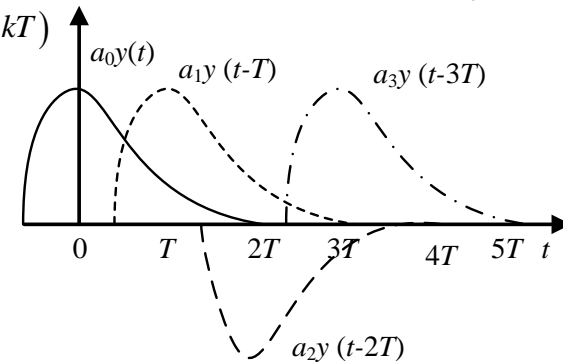
# Uticaj ograničenog propusnog opsega sistema



$$x(t) = \sum_k a_k \delta(t - kT)$$

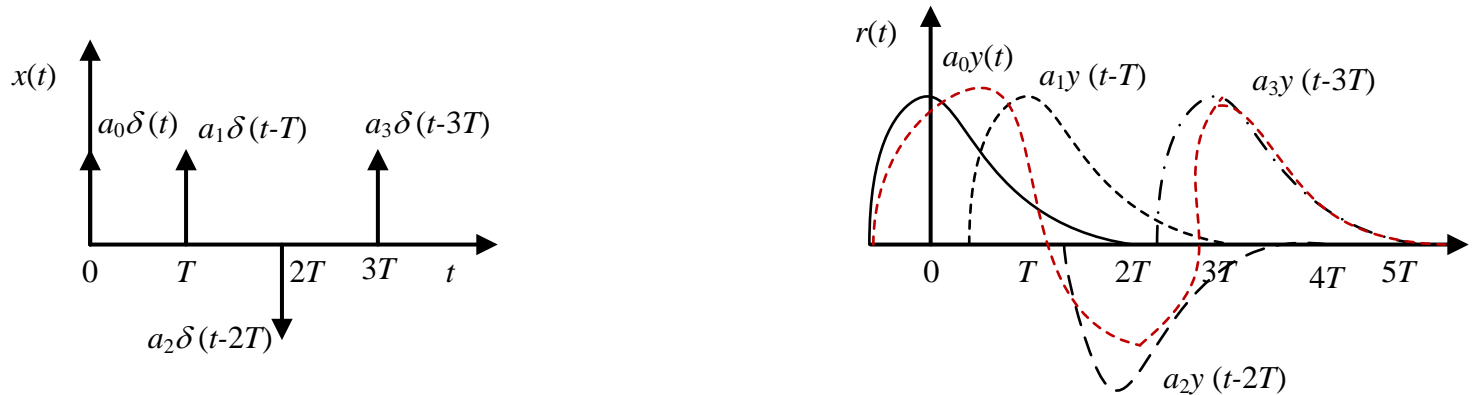


$$r(t) = \sum_k a_k y(t - kT)$$



Signal koji se šalje  $x(t)$ , uobličava se u predajnom filtru  $H_T(f)$ , zatim prolazi kroz kanal funkcije prenosa  $H_C(f)$  i prijemni filter  $H_R(f)$ . Predajni i prijemni filter i sama linija veze (fizički vod) imaju karakter propusnika niskih učestanosti, pa se ne prenose sve komponente u spektru digitalnog signala. Usled ograničenja propusnog opsega sistema za prenos, signal kratkog trajanja  $\delta(t)$  kojim se predstavlja svaki simbol u posmatranom intervalu signalizacije  $T$ , na prijemu je oblika  $y(t) \rightarrow$  izobličen i „razliven“ u vremenu (trajanje svakog signala je na ulazu u odabirač produženo izvan intervala signalizacije trajanja  $T$ !).

# Uticaj ograničenja propusnog opsega sistema

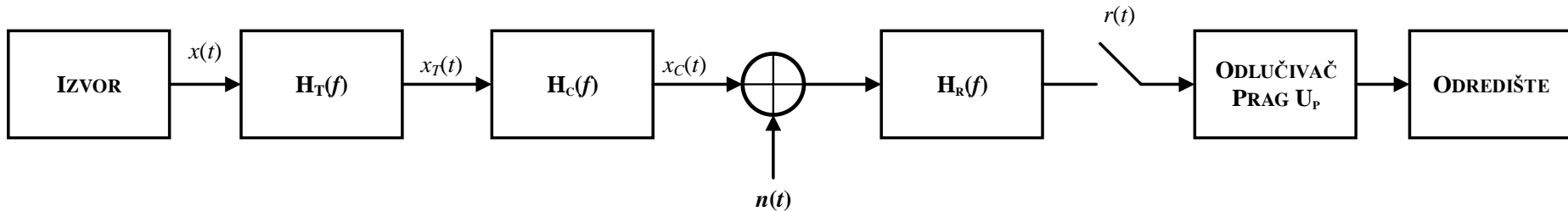


- \* Na osnovu principa linearnosti (superpozicije), odziv na povorku impulsa  $x(t)$  jednak je zbiru odziva na pojedinačne impulse  $r(t)$  → produženo trajanje impulsa kojim se vrši signaliziranje, na izlazu linije veze dovodi do preklapanja signala iz različitih signalizacionih intervala. Ova pojava naziva se intersimbolska interferencija (*intersymbol interference, ISI*).
- \* U prijemu, odluka o tome koji binarni simbol (u slučaju binarnog prenosa) je poslat u svakom signalizacionom intervalu obavlja se na osnovu odbiraka koji se uzimaju u trenucima razmaknutim za signalizacioni interval  $T$ 
  - Odbirci veći od napona praga  $U_p$  interpretiraju se kao 1
  - Odbirci manji od napona praga  $U_p$  interpretiraju se kao 0
- \* ISI ima veoma nepovoljan uticaj na prenos digitalnih signala i povećava verovatnoću greške u odlučivanju na prijemu!

# Intersimbolska interferencija (ISI)

$$x(t) = \sum_k a_k \delta(t - kT)$$

$$r(t) = \sum_k a_k y(t - kT)$$

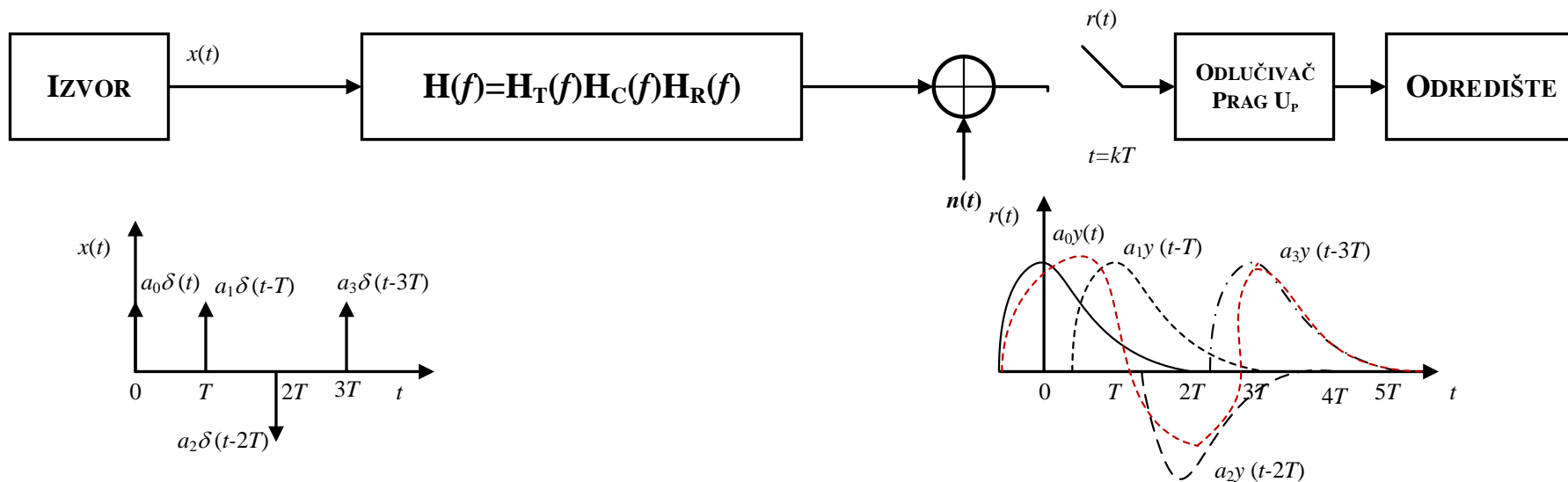


- Na predaji se šalje niz simbola  $a_k$ , pri čemu je razmak svaka dva susedna impulsa jednak  $T$ , dok se sam predajni signal može zapisati u obliku.

$$x(t) = \sum_k a_k \delta(t - kT)$$

- Odluka o poslatom simbolu u  $k$ -tom signalizacionom intervalu donosi se na osnovu odbirka signala  $r(t)$  u trenutku  $t=kT$ !
- U slučaju kada nema dejstva ISI, odbirak signala na prijemu  $r(t)$  u  $t=kT$  zavisi samo od vrednosti simbola  $a_k$ , koji se šalje u  $k$ -tom signalizacionom intervalu.
- Kada ISI postoji, vrednost ovog odbirka ne zavisi samo od vrednosti simbola  $a_k$ , već i od simbola  $a_l$ ,  $k \neq l$  koji se šalju u susednim signalizacionim intervalima (pre i posle posmatranog intervala).

# Ekvivalentni model kanala



U cilju jednostavnije analize sistema formiramo ekvivalentni model kanala gde se predajni filter, kanal i prijemni filter zajedno modeluju ekvivalentnim modelom kanala.

Funkcija prenosa ekvivalentnog modela kanala  $H(f) = H_T(f) H_C(f) H_R(f)$

U modelu se pretpostavlja da se simboli  $a_k$  na ulazu u ekvivalentni kanal predstavljaju kratkim impulsima (matematički modelujemo Delta impulsima)

Tada je spektar signala na ulazu u odabirač  $Y(f) = \Delta(f)H(f) = H(f)$ , tj. jednak funkciji prenosa ekvivalentnog kanala  $H(f)$ .

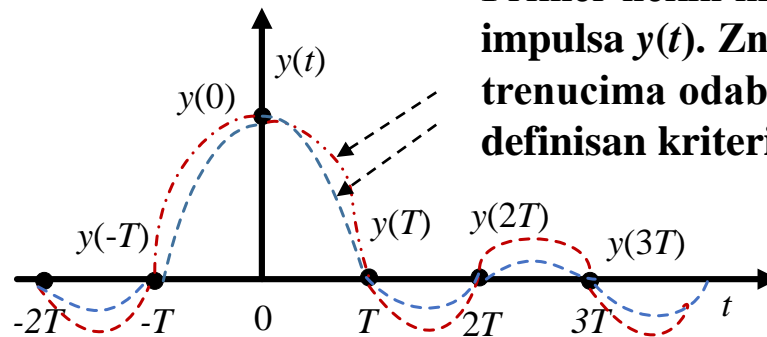
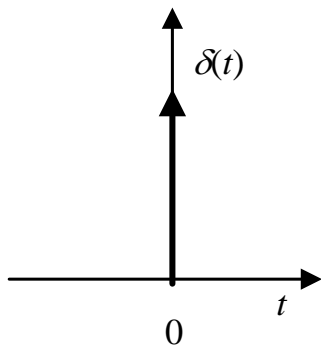
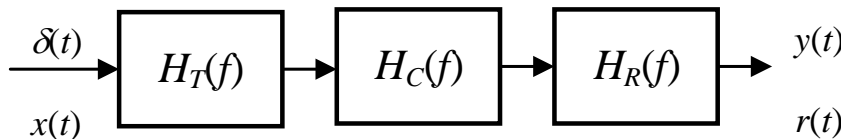
Važno pitanje: da li je moguć prenos signala kroz kanal odganičenog opsega učestanosti bez dejstva (uticaja) intersimbolske interferencije?

# I Nyquist-ov kriterijum

- \* Nyquist se bavio analizom prenosa signala kroz kanal ograničenog opsega učestanosti. Odredio je uslove koje je potrebno da zadovoljava oblik impulsa  $y(t)$  na prijemu (standardni odziv), tako da ISI nema uticaja na odlučivanje u prijemniku.
- \* U sistemu za prenos digitalnih signala neće doći do ISI ako
  - standardni odziv  $y(t)$  zadovoljava uslov da je  $y(0)=y_0$  gde je  $y_0 = \text{const}$  ( $y_0 \neq 0$ )
  - ako su sve vrednosti  $y(mT)$  jednake nuli za sve celobrojne umnoške signalizacionog intervala  $T$  ( $m$  je bilo koji pozitivan ili negativan ceo broj)

I Nyquist-ov kriterijum  
(u vremenskom domenu):

$$y(mT) = \begin{cases} y_0, & m = 0 \\ 0, & m \neq 0 \end{cases}$$



Primer nekih mogućih oblika impulsa  $y(t)$ . Značajno je da u trenucima odabiranja važi uslov definisan kriterijumom.

# I Nyquist-ov kriterijum

- Može se pokazati da pri prenosu digitalnog signala neće doći do ISI ukoliko spektar signala  $Y(f)$  (odnosno ekvivalentna linija veze  $H(jf)$ ) zadovoljava sledeći uslov

I Nyquist-ov kriterijum  
u spektralnom domenu

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} Y\left(f + \frac{n}{T}\right) = const.$$

- Postoji veliki broj funkcija prenosa i impulsa koji zadovoljavaju I Nyquist-ov kriterijum (za njih se kaže da su Nyquist-ovi filtri i Nyquist-ovi impulsi).
- Za datu brzinu signaliziranja ( $V_S=1/T$ ), oblik spektra signala  $Y(f)$  koji zauzima minimalnu moguću širinu opsega učestanosti je pravougaoni oblik spektra sa maksimalnom učestanošću  $f_m$ . U tom slučaju ekvivalentna linija veze ima karakteristiku idealnog NF filtra, granične učestanosti  $f_m$  (idealni Nyquist-ov filter)
- Tada je signal  $y(t)=A\sin(2\pi f_m t)/(2\pi f_m t) \rightarrow$  Idealni Nyquist-ov impuls (impulsni odziv NF filtra). Rastojanje susednih nula u signalu  $y(t)$  jednako je  $1/2f_{max}$ , pa je toliko i minimalno rastojanje između susednih impulsa pri emitovanju  $\rightarrow$  maksimalna brzina signaliziranja (emitovanja impulsa) jednaka je  $V_S=2f_{max}$ .
- Da li je moguć prenos sa manjom brzinom signaliziranja bez ISI?

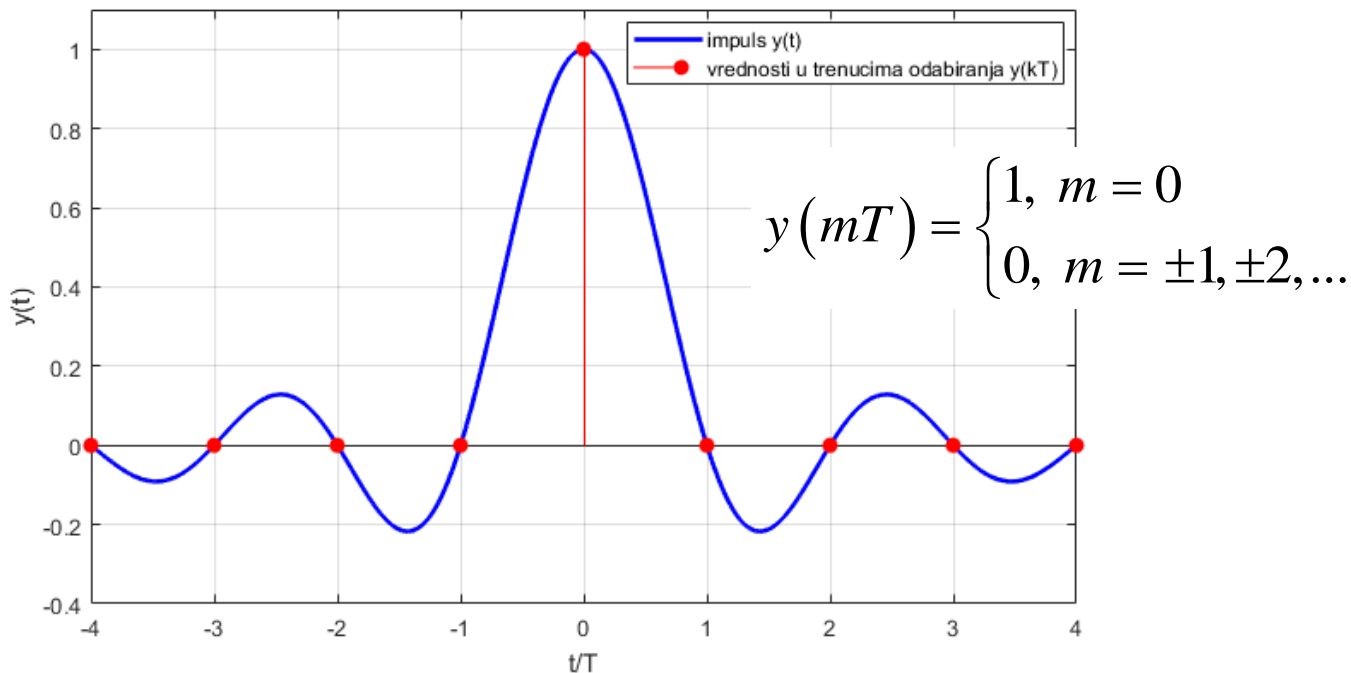
# Primer – Idealni NF filter

- \* Impuls koji omogućava maksimalnu brzinu signaliziranja kroz opseg širine  $f_m \rightarrow$  idealni *Nyquist*-ov impuls (oblik impulsnog odziva NF filtra):

$$y(t) = A \frac{\sin(2\pi f_m t)}{2\pi f_m t}, \quad T = \frac{1}{2f_m}$$

- \* Zadovoljen je I *Nyquist*-ov kriterijum u vremenskom domenu jer važi

$$y(mT) = A \frac{\sin(2\pi f_m mT)}{2\pi f_m mT} = A \frac{\sin(m\pi)}{(m\pi)} = \begin{cases} 1, & m = 0 \\ 0, & m = \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$



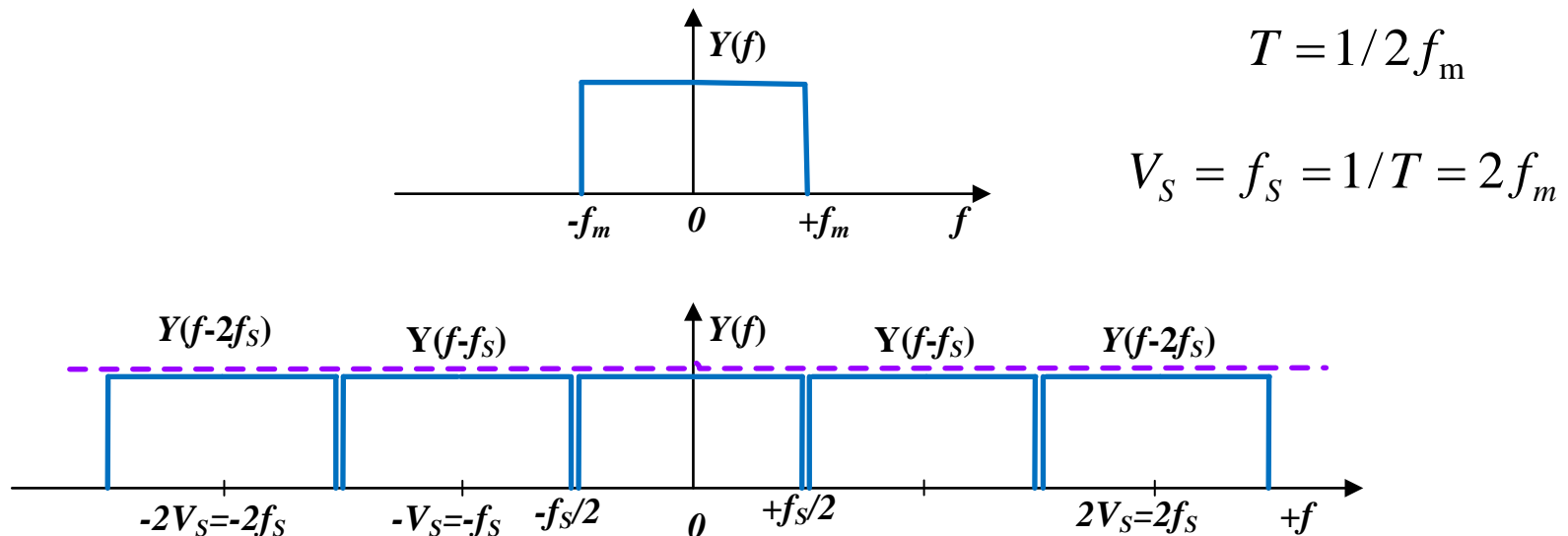
# Primer 1 – Idealni NF filter

## Funkcija prenosa idealnog Nyquist-ovog filtra

$$H(jf) = Y(jf) = \begin{cases} K = \text{const.}, & |f| \leq f_m \\ 0, & |f| \geq f_m \end{cases}$$

Važi I Nyquist-ov kriterijum u  $f$  domenu → Translirane kopije u spektru se dopunjuju i važi jednakost

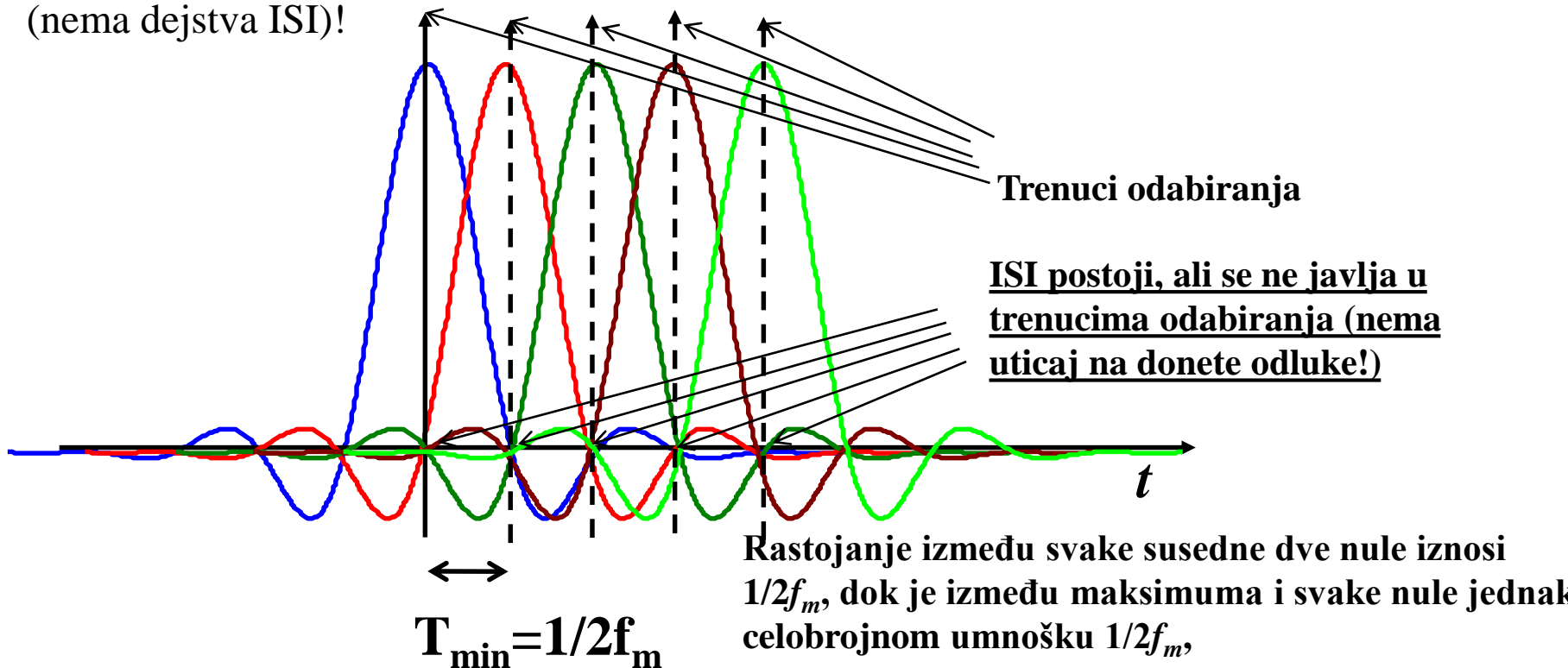
$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} Y\left[j(f + nf_s)\right] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} H\left[j(f + 2nf_m)\right] = \text{const.}$$



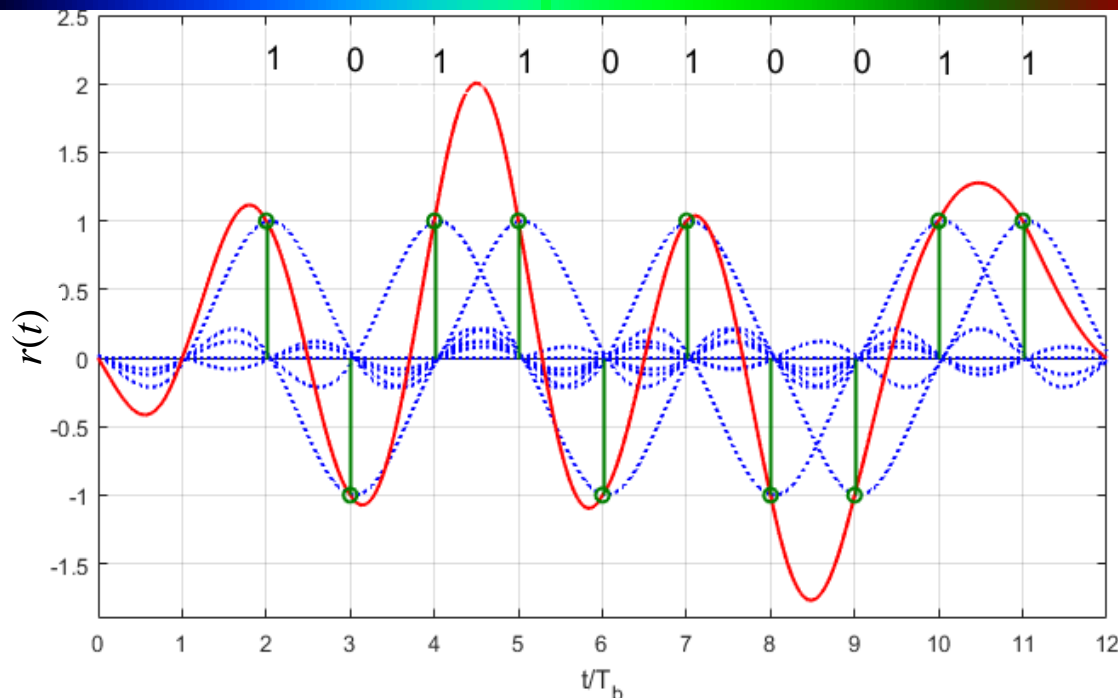
# Način da se izbegne ISI

\* U slučaju kada je uslov prenosa bez ISI ispunjen, repovi koji potiču od susednih impulsa jednaki su nuli u trenucima odabiranja!

- Nule impulsnih odziva od svih drugih impulsa treba da budu podešene tako da se pojavljuju u trenutku kada se vrši odabiranje za posmatrani impuls!
- Iako dolazi do izobličenja impulsa na prijemu u odnosu na emitovane kratke impulse, kako je  $y(mT)=0$ ,  $m=\pm 1, \pm 2, \dots$  na prijemu ne postoji uticaj ISI u trenucima odabiranja (nema dejstva ISI)!



# Primer 1 – signaliziranje idealnim Nyquist-ovim impulsima



Oblik signala na prijemu  $r(t)$  za slučaj polarnog signaliziranja

(zeleno – impulsi na ulazu u liniju veze, plave linije – pojedinačni odzivi, crvena linija - ukupan odziv na ulazu u odabirač)

- Signaliziranjem idealnim Nyquist-ovim impulsima može se ostvariti maksimalna brzina signaliziranja  $V_s = 2f_m = 2B$ . Svaki impuls „nosi“ po jedan simbol (proizvoljne amplitude, kriterijum ne ograničava vrednost amplitude signala). Idealnim signaliziranjem može se preneti maksimalno 2 simbola/s/Hz. Pri prenosu binarnih signala to je 2 bita/s/Hz.
- Ukoliko se radi o prenosu  $M$ -arnih simbola  $a_k$ , vrednost spektralne efikasnosti (bit/s/Hz) koju je moguće ostvariti zavisi od broja nivoa  $M$ !
  - Primer: Širina opsega jednaka je  $f_m = 1\text{MHz}$  → maksimalna brzina signaliziranja je  $V_s = 2f_m = 2\text{Msim/s}$ . Ukoliko se prenose se impulsi sa  $M=16$  nivoa, moguće je preneti 8Mb/s (prenosi se  $\log_2(16)=4$  bita po svakom  $M$ -arnom simbolu).

# I Nyquist-ov kriterijum, komentari

- *Nyquist* je definisao kriterijume (potrebne uslove) za prenos signala bez dejstva ISI u ograničenom opsegu učestanosti. Za prenos signala brzinom signaliziranja  $V_s=1/T$  ( $T$  trajanje signalizacionog intervala), teorijski minimalna širina potrebnog opsega učestanosti jednaka je  $f_{m, min}=f_s/2=V_s/2$ . Najmanja širina propusnog opsega dobija se kada ekvivalentna funkcija prenosa sistema odgovara idealnom NF filteru granične učestanosti  $f_m$  (*Nyquist-ov* filter).
- Ipak, praktičan problem predstavlja što oblik idealnog *Nyquist-ovog* impulsa nije realizibilan (beskonačnog je trajanja). Takođe, zbog pravougaonog oblika spektra (strm prelaz iz propusnog u nepropusni deo karakteristike), nije jednostavno ostvariti dobru aproksimaciju ovog filtera.
- *Nyquist-ov* kriterijum je izveden pod pretpostavkom idealne sinhronizacije, gde se odabiranje na prijemu vrši u tačno određenim trenucima  $kT$ . U praktičnim okolnostima dolaziće do određenih odstupanja od trenutaka  $kT$ , pa zbog oblika idealnog *Nyquist-ovog* impulsa (sporo opada od maksimalne vrednosti  $\sim 1/t$ ), ISI koja nastaje kao posledica *greške u sinhronizaciji* može biti velika.
- Filteri sa kosinusoidalno zaobljenom amplitudskom karakteristikom predstavljaju klasu filtera koja takođe zadovoljava *Nyquist-ov* kriterijum. Iako ovi filteri takođe spadaju u klasu nerealizibilnih filtera, značajni su jer ih je zbog većeg zaobljenja karakteristike jednostavnije aproksimirati praktičnim filterima.

# Filtar sa kosinusoidalno zaobljenom karakteristikom

Klasa filtera sa kosinusoidalno zaobljenom amplitudskom karakteristikom

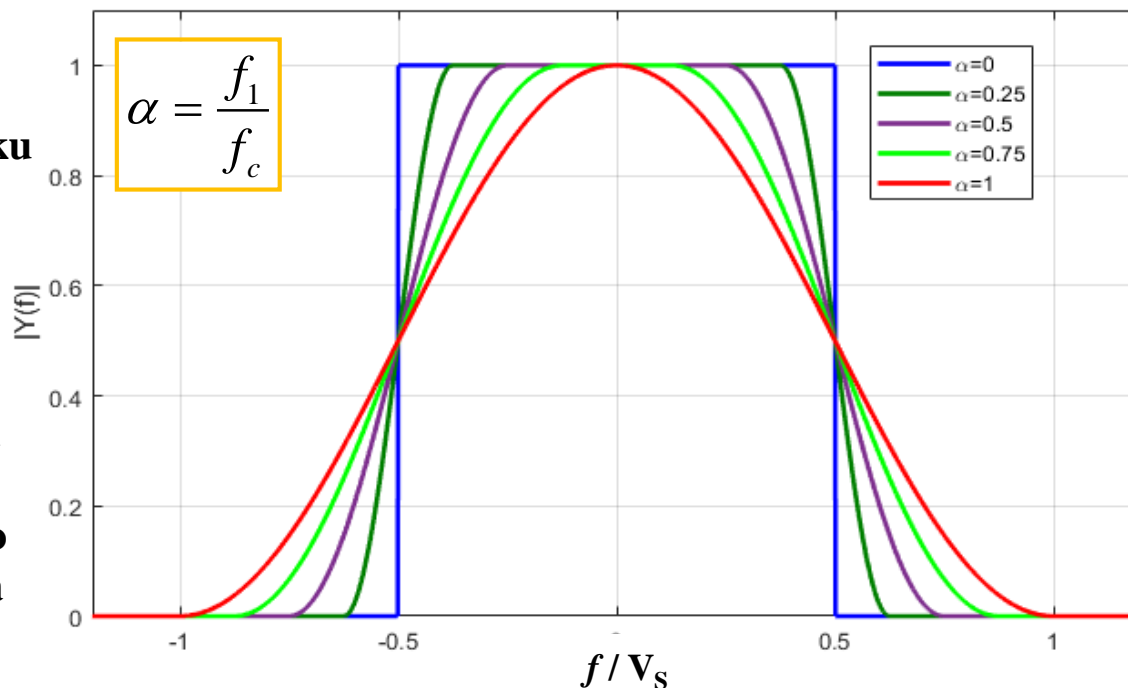
$$\frac{|Y(jf)|}{K} = \begin{cases} 1, & |f| \leq f_c - f_1 & \text{Propusni deo karakteristike} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{|f| - f_c}{f_1}\right), & f_c - f_1 \leq |f| \leq f_c + f_1 & \text{Prelazni deo, sa kosinusoidalnim zaobljenjem} \\ 0, & |f| \geq f_c + f_1 & \text{Nepropusni deo karakteristike} \end{cases} \quad f_c = \frac{V_s}{2}$$

Faktor zaobljenja (*rolloff factor*) pokazuje koliko je više potrebno propusnog opsega kada su signali uobličeni oblika idealnog NF filtra

Svi filteri pokazuju karakteristiku normalizovanu na brzinu signaliziranja  $V_s=1/T$ .

Kada je  $\alpha=0$ , filter predstavlja idealni NF filter!

Kada je  $\alpha=1$ , ovo je NF filter sa karakteristikom podignutog kosinusa! (zahteva se dvostruko širi propusni opseg u odnosu na idealni NF filter)



# Filtar sa kosinusoidalno zaobljenom karakteristikom

$$y(t) = A \frac{\sin 2\pi f_c t}{2\pi f_c t} \times \frac{\cos 2\pi f_1 t}{1 - (4f_1 t)^2}, \quad T = \frac{1}{2f_c}$$

Osigurava nule u trenucima  $T=1/2f_c$

Omogucava „brže“ opadanje impulsa od maksimuma  $\sim 1/t^2$ , amplitude oscilacija opadaju sa porastom faktora zaobljenja  $\alpha$

Za sve vrednosti faktora zaobljenja, nule u odzivu  $y(t)$  se javljaju u trenucima  $\pm T, \pm 2T, \dots$  odnosno važi

$$y(mT) = \begin{cases} y_0, & m = 0 \\ 0, & m \neq 0 \end{cases}$$

Za istu brzinu signaliziranja  $V_s=1/T$ , sa porastom faktora zaobljenja raste i širina opsega učestanosti potrebna za prenos signala

$$B = f_c + f_1 = (1 + \alpha) f_c = (1 + \alpha) \frac{V_s}{2}$$

