



PRINCIPI MODERNIH TELEKOMUNIKACIJA

*Elektrotehnički fakultet
Katedra za telekomunikacije
Beograd, 2019/2020.*

Linijski kodovi

* Odrediti srednju snagu digitalnog signala i širinu propusnog opsega potrebnu za prenos signala po kriterijumu prve nule u spektru, ukoliko se binarni signal protoka $V_b=2\text{Mb/s}$ prenosi primenom:

- Polarnog NRZ signaliziranja (sa naponskim nivoima $\pm U$)
- Unipolarnog NRZ (sa naponskim nivoima $0, U$)
- Polarnog RZ signaliziranja (sa naponskim nivoima $\pm U$)
- Unipolarnog RZ signaliziranja (sa naponskim nivoima $0, U$)
- Manchester koda (sa naponskim nivoima $\pm U$)
- M -arnog polarnog NRZ signaliziranja sa $M=4$ nivoa i amplitudama $\pm U, \pm 3U$

Pretpostavlja se da su binarni simboli 1 i 0 u svakom signalizacionom intervalu jednako verovatni, odnosno $P(0)=P(1)=0.5$.

Širina propusnog opsega potrebna za prenos signala po kriterijumu prve nule u spektru signala u slučaju unipolarnog NRZ i polarnog NRZ signaliziranja jednaka je $B=V_b=2\text{MHz}$.

Širina propusnog opsega potrebna za prenos signala u slučaju unipolarnog RZ, polarnog RZ signaliziranja i Manchester koda jednaka je $B=2V_b=4\text{MHz}$.

Linijski kodovi

- **Srednja snaga signala u slučaju polarnog NRZ signaliziranja, sa naponskim nivoima $\pm U$ (verovatnoće pojave binarnih simbola 1 i 0 , $P(1)=P(0)=0.5$)**

$$P_{sr} = \frac{1}{T} \times \left(P(1) \times U^2 T + P(0) \times (-U)^2 T \right) = \frac{1}{T} \times \left(\frac{1}{2} U^2 T + \frac{1}{2} (-U)^2 T \right) = U^2$$

- **Srednja snaga unipolarnog NRZ (sa naponskim nivoima $\pm U$)**

$$P_{sr} = \frac{1}{T} \times \left(P(1) \times U^2 T + P(0) \times 0^2 T \right) = \frac{1}{T} \times \left(\frac{1}{2} U^2 T + \frac{1}{2} 0^2 T \right) = \frac{U^2}{2}$$

- **Polarnog RZ signaliziranja (sa naponskim nivoima $\pm U$)**

$$P_{sr} = \frac{1}{T} \times \left(P(1) \times U^2 \frac{T}{2} + P(0) \times (-U)^2 \frac{T}{2} \right) = \frac{1}{T} \times \left(\frac{1}{2} U^2 \frac{T}{2} + \frac{1}{2} (-U)^2 \frac{T}{2} \right) = \frac{U^2}{2}$$

- **Unipolarnog NRZ signaliziranja (sa naponskim nivoima $\pm U$)**

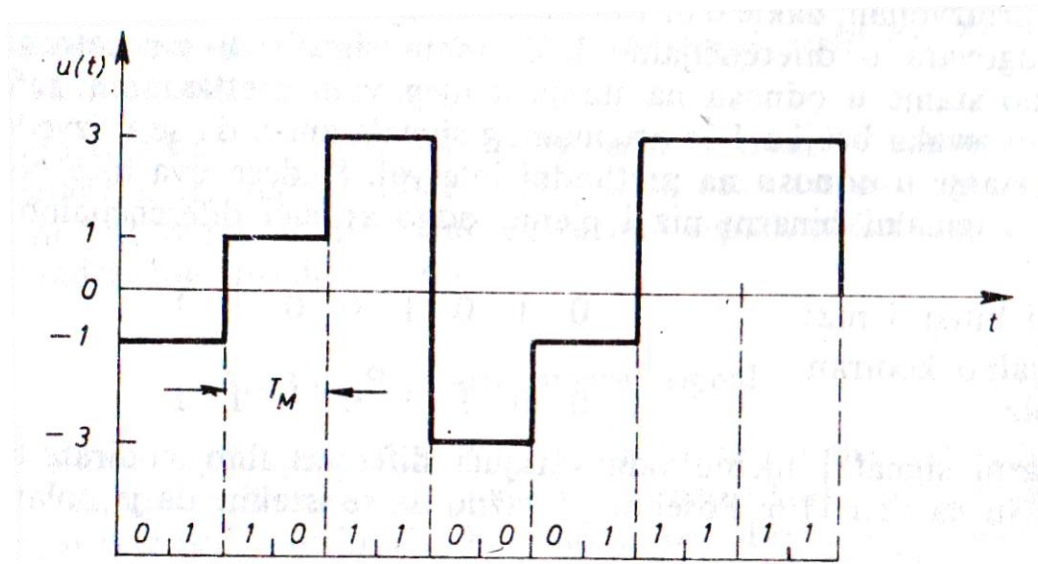
$$P_{sr} = \frac{1}{T} \times \left(P(1) \times U^2 \frac{T}{2} + P(0) \times 0^2 \frac{T}{2} \right) = \frac{1}{T} \times \left(\frac{1}{2} U^2 \frac{T}{2} + \frac{1}{2} 0^2 \frac{T}{2} \right) = \frac{U^2}{4}$$

- **Manchester koda (sa naponskim nivoima $\pm U$)**

$$P_{sr} = \frac{1}{T} \times (\pm U)^2 T = U^2$$

Linijski kodovi

- M -arni kod sa $M=4$ nivoa i amplitudama $\pm U, \pm 3U$



$-3U \rightarrow 00$
 $-U \rightarrow 01$
 $+U \rightarrow 10$
 $+3U \rightarrow 11$

Kako je verovatnoća pojave binarnih simbola 0 i 1 jednaka, jednake su i verovatnoće pojave simbola u slučaju M -arnog signaliziranja i iznose

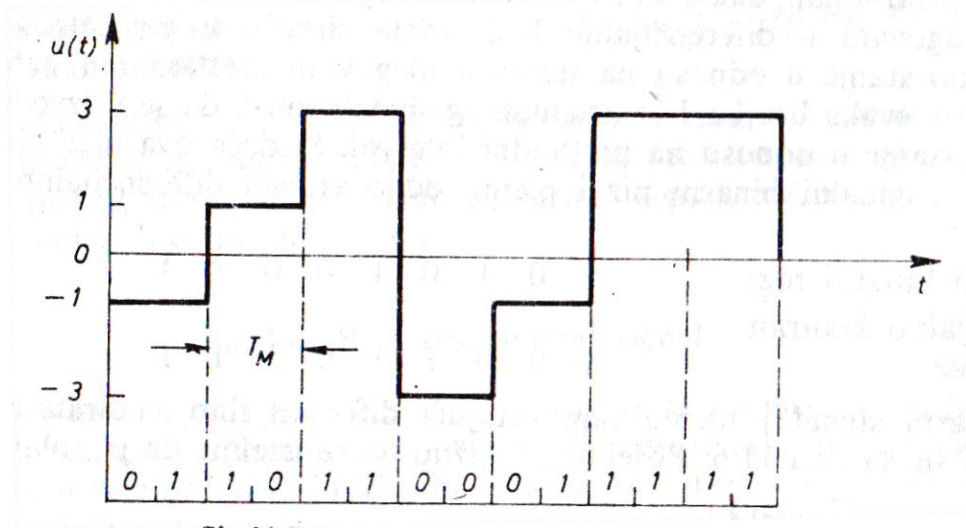
$$P(+U) = P(-U) = P(+3U) = P(-3U) = \frac{1}{4}$$

Srednja snaga ovog signala je

$$P_{sr} = P(+U) \times U^2 + P(-U) \times (-U)^2 + P(-3U) \times (-3U)^2 + P(+3U) \times (+3U)^2$$

$$P_{sr} = \frac{1}{4} \times (U^2 + (-U)^2 + (-3U)^2 + (+3U)^2) = \frac{20}{4} U^2 = 5U^2$$

Linijski kodovi



-3U → 00

-U → 01

+U → 10

+U → 11

Trajanje signalizacionog intervala binarnog signala jednako je $T_b = 1/V_b = 0.5 \mu s$

Trajanje signalizacionog intervala M -arnog signala jednako je

$$T_M = T_b \times \log M = T_b \times \log 4 = 2T_b \quad \Rightarrow T_M = 1 \mu s$$

Protok M -arnog signala je

$$V_M = \frac{1}{T_M} = \frac{1}{T_b \times \log M} = \frac{V_b}{\log M} = \frac{V_b}{2} \quad \Rightarrow V_M = 1 \text{ Msim} / s$$

Širina propusnog opsega potrebna za prenos M -arnog NRZ signala po kriterijumu prve nule u spektru

$$B_M = V_M = \frac{1}{T_M} = 1 \text{ MHz}$$

ISI, zadatak 1 (1)

Binarni signal $u(t)$ predstavljen je korišćenjem pravougaonih impulsa vrlo kratkog trajanja, koji imaju jednu od dve moguće vrednosti amplitude.

Signal se prenosi linijom veze koja se može aproksimirati idealnim filtrom propusnikom niskih učestanosti granične učestanosti $f_c=100\text{kHz}$.

Odrediti maksimalnu brzinu signaliziranja na liniji veze tako da pri prenosu signala ne dolazi do interferencije između simbola (intersimbolske interferencije, ISI).

Rešenje:

Odziv linije veze na pobudu pravougaonim impulsom vrlo kratkog trajanja, praktično je jednak impulsnom odzivu linije veze.

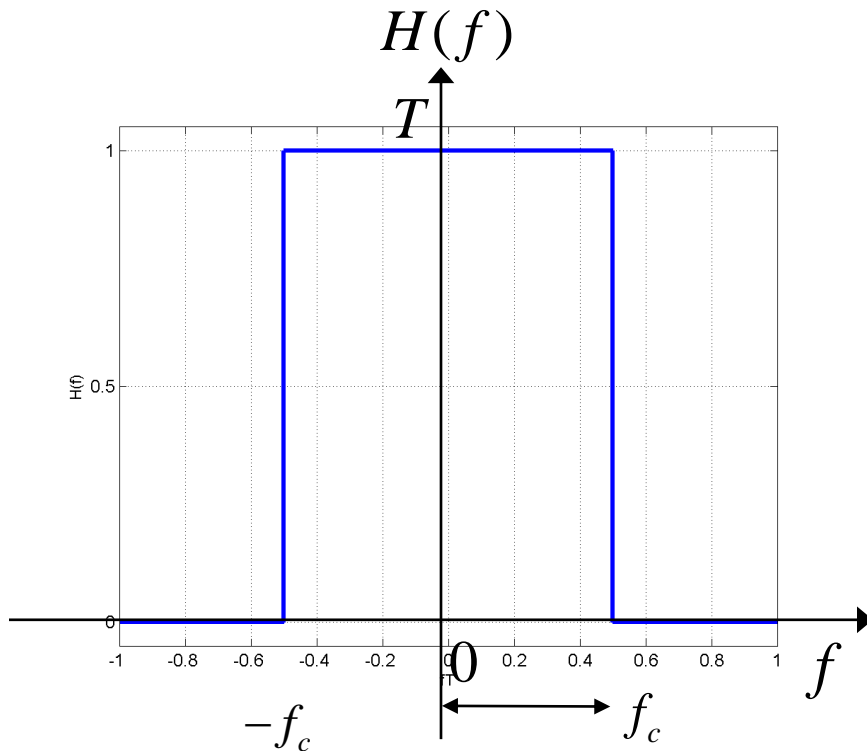
Odziv idealnog sistema propusnika niskih učestanosti, granične učestanosti f_c na pobudu opisanim binarnim signalom je dat sa

$$y(t) = A_i \frac{\sin(2\pi f_c t)}{2\pi f_c t}$$

gde A_i može da ima jednu od dve vrednosti amplitude (prenosi se binarni signal)

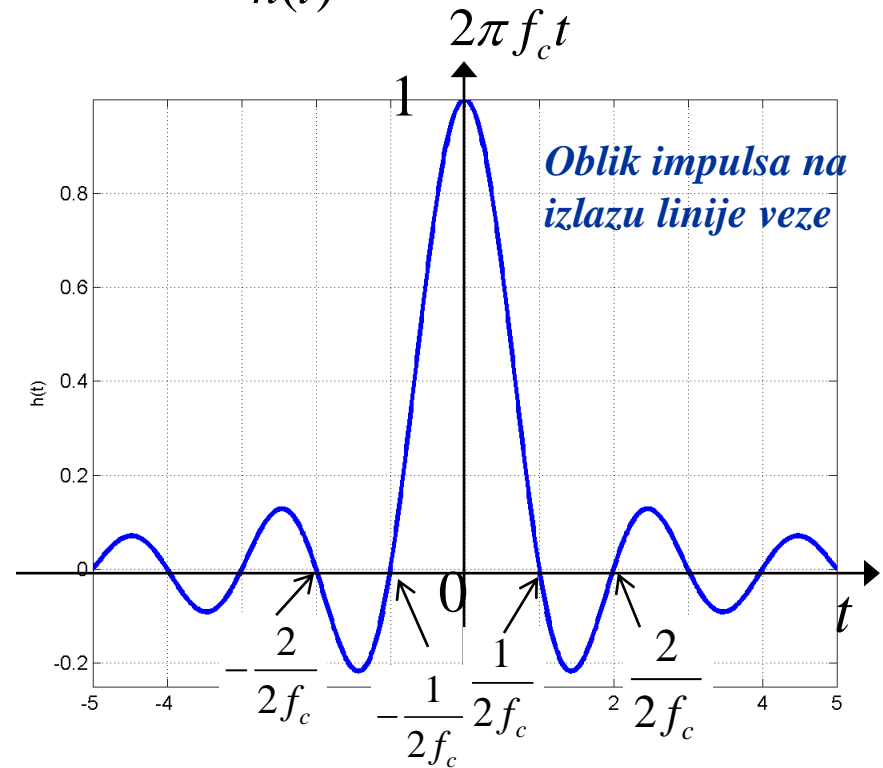
ISI, zadatak 1 (2)

Idealan sistem propusnik niskih učestanosti
granične učestanosti f_c



Odziv idealnog sistema
propusnika niskih učestanosti

$$h(t) = \frac{\sin(2\pi f_c t)}{2\pi f_c t}$$



ISI, zadatak 1 (3)

*Odziv sistema ima sledeće osobine:

- Razmak između maksimuma u odzivu i prve nule jednak je $T=1/(2f_c)$
- Razmak između dve susedne nule u odzivu jednak je $T=1/(2f_c)$

*Nule u odzivu idealnog sistema propusnika niskih učestanosti granične učestanosti filtra f_c javljaju se u trenucima

$$t_k = k \frac{1}{2f_c}, k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad \text{za } f_c = 100\text{kHz} \quad t_k = k \times 5\mu\text{s}, k = \pm 1, \pm 2, \dots$$

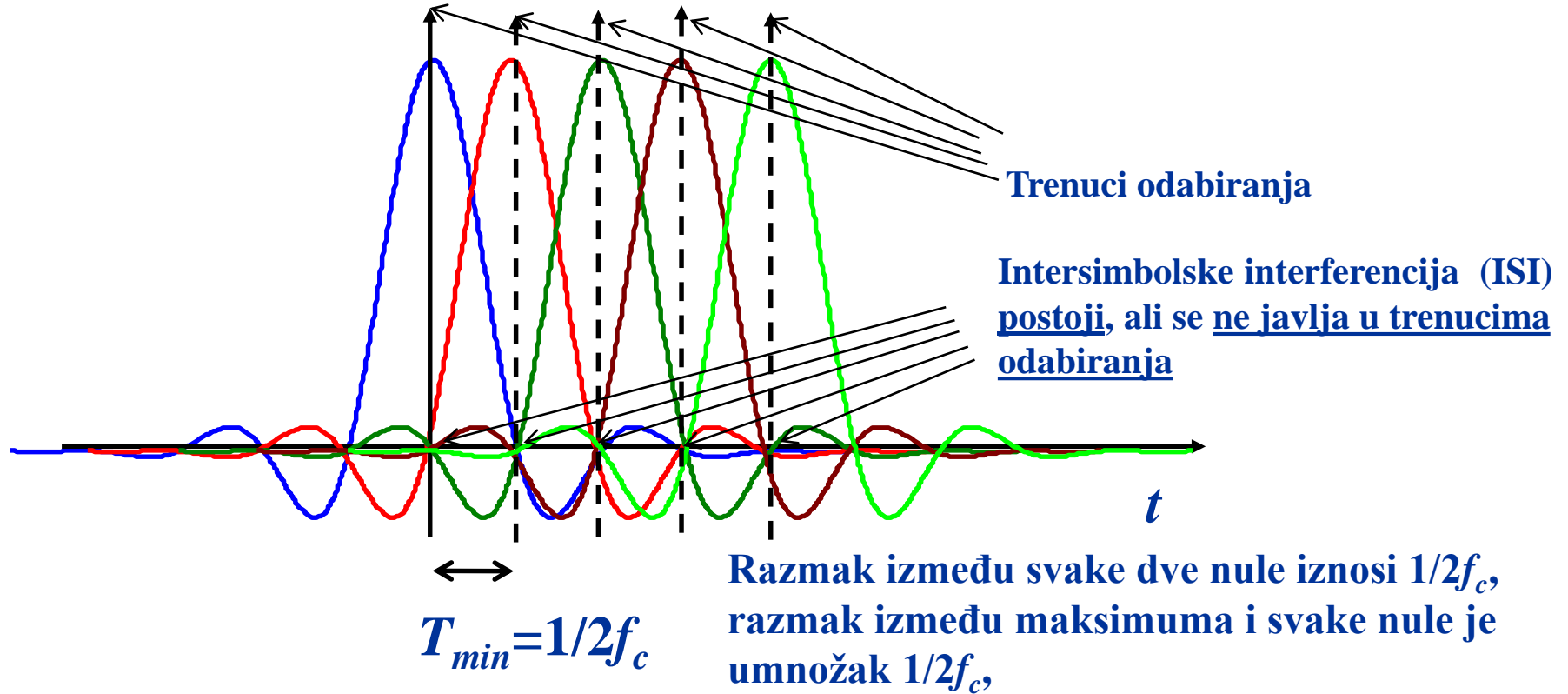
*Minimalno trajanje signalizacionog intervala, pri kojem je izbegnuta pojava intersimbolske interferencije (ISI) je

$$T_{\min} = \frac{1}{2f_c} \quad T_{\min} = 5\mu\text{s}$$

*Maksimalna brzina signaliziranja, odnosno maksimalna brzina kojom se prenose impulsi, a da pri tome bude izbegnuta pojava ISI je

$$V_{\max} = \frac{1}{T_{\min}} = 2f_c \quad V_{\max} = 2f_c = 200\text{kb/s}$$

ISI, zadatak 1 (4)



Ako se na ulazu NF filtra šalje povorka impulsa kratkog trajanja, na izlazu neće biti ISI ako rastojanje susednih impulsa nije manje od $T_{min} = 1/(2f_c)$

Do pojave ISI neće doći ako je signalizacioni interval oblika $T = k/(2f_c)$, $k = 1, 2, \dots$ ali je od interesa da signalizacioni interval bude što je moguće kraći, odnosno brzina signaliziranja što je moguće veća.

ISI, M -arno signaliziranje (1)

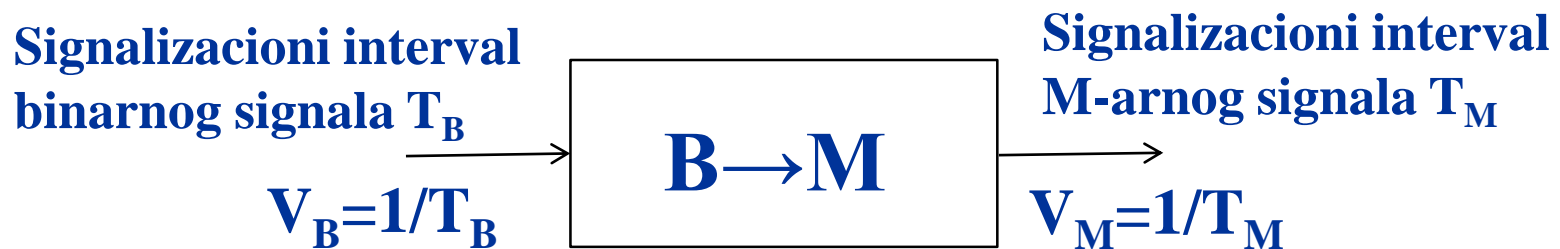
Binarni signal dolazi na ulaz u konvertor binarnog u M -arni signal, na čijem izlazu se dobijaju pravougaoni impulsi veoma kratkog trajanja. Signali na izlazu konvertora mogu imati jednu od $M=2^n$ vrednosti amplituda. Dobijeni M -arni signal prenosi se kroz liniju veze koja se može predstaviti idealnim NF filtrom granične učestanosti $f_c=100\text{kHz}$.

Odrediti maksimalnu brzinu signaliziranja na liniji veze pri kojoj ne dolazi do pojave intersimbolske interferencije (ISI).

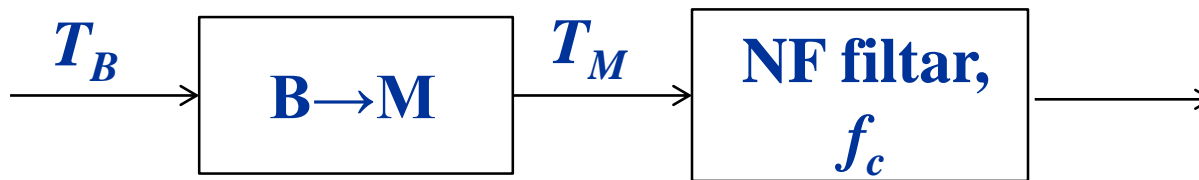
Koliko pri tome iznosi trajanje signalizacionog intervala binarnog signala za sledeće vrednosti broja amplituda M -arnog signala.

- a) $M=4$ b) $M=8$ c) $M=16$

Rešenje:



ISI, M -arno signaliziranje (2)



Odziv idealnog sistema propusnika niskih učestanosti, granične učestanosti f_c na pobudu binarnim signalom je dat sa

$$y(t) = A_i \frac{\sin(2\pi f_c t)}{2\pi f_c t}$$

gde A_i može da ima jednu od M vrednosti amplituda (prenosi se M -arni signal)

Maksimalna brzina signaliziranja na liniji veze (brzina signaliziranja M -arnog signala) pri kojoj ne dolazi do intersimbolske interferencije je

$$V_M = \frac{1}{T_M} = 2f_c$$

Minimalna dužina trajanja signalizacionog intervala M -arnog signala

ISI, M-arno signaliziranje (3)

Maksimalna brzina signaliziranja na liniji veze pri kojoj ne dolazi do ISI je

$$V_M = \frac{1}{T_M} = 2f_c = 200 \text{ksimb/s}$$

Minimalna vrednost signalizacionog intervala M-arnog signala je

$$T_M = \frac{1}{2f_c} = 5 \mu\text{s}$$

Pri konverziji binarnog u M-arni signal, $n = \log_2 M$ susednih bita binarnog signala čiji je signalizacioni interval jednak T_B konvertuju se u M-arni signal čiji je signalizacioni interval jednak $T_M = T_B \log_2 M$.

Brzina signaliziranja M-arnog signala $V_M = V_B / \log_2 M$

Brzina signaliziranja binarnog signala je $V_B = V_M \log_2 M$

ISI, M-arno signaliziranje (4)

a) U slučaju kada je broj amplituda M-arnog signala jednak $M=4$, $n=\log_2 M=\log_2 4=2$ susednih bita binarnog signala čiji je signalizacioni interval jednak T_B konvertuju se u M-arni signal čiji je signalizacioni interval jednak $T_M=T_B \log_2 M=2T_B$.

Brzina signaliziranja binarnog signala je tada

$$V_B = 2V_M = 400kb/s$$

Signalizacioni interval binarnog signala je

$$T_B = \frac{1}{V_B} = \frac{1}{2V_M} = \frac{T_M}{2} = 2.5\mu s$$

b) U slučaju kada je broj amplituda M-arnog signala jednak $M=8$, $n=\log_2 M=\log_2 8=3$ susedna bita binarnog signala čiji je signalizacioni interval jednak T_B konvertuju se u M-arni signal čiji je signalizacioni interval jednak $T_M=T_B \log_2 M=3T_B$.

ISI, M-arno signaliziranje (5)

Brzina signaliziranja binarnog signala je $V_B = 3V_M = 600kb/s$

Signalizacioni interval binarnog signala je

$$T_B = \frac{1}{V_B} = \frac{1}{3V_M} = \frac{T_M}{3} = 1.67\mu s$$

c) U slučaju kada je broj amplituda M -arnog signala jednak $M=16$, $n=\log_2 M=\log_2 16=4$ susedna bita binarnog signala čiji je signalizacioni interval jednak T_B konvertuju se u M -arni signal čiji je signalizacioni interval jednak $T_M=T_B \log_2 M=4T_B$.

Brzina signaliziranja binarnog signala je

$$V_B = 4V_M = 800kb/s$$

Signalizacioni interval binarnog signala je

$$T_B = \frac{1}{V_B} = \frac{1}{4V_M} = \frac{T_M}{4} = 1.25\mu s$$

ISI, Nyquist

Posmatra se prenos binarnog signala protoka $V_b=300\text{kb/s}$.

- a) Odrediti minimalan opseg učestanosti potreban za prenos binarnog signala bez uticaja ISI.
- b) Ukoliko se prenos signala vrši putem M -arnog signaliziranja sa $M=8$ nivoa, odrediti minimalan opseg učestanosti potreban za prenos signala bez uticaja ISI.
- c) Koliko iznosi minimalan opseg učestanosti potreban za prenos signala bez uticaja ISI ako je $M=16$?

Rešenje:

- a) Minimalan opseg učestanosti potreban za prenos binarnog signala bez dejstva ISI (po I Nyquist-ovom kriterijumu) jednak je

$$B = \frac{V_b}{2} = 150\text{kHz}$$

ISI, Nyquist

b) Ukoliko se prenos signala vrši M -arnim signaliziranjem sa $M=8$ nivoa, protok M -arnog signala jednak je

$$V_M = \frac{V_b}{\log_2 M} = \frac{V_b}{\log_2 8} = \frac{V_b}{3} = 100 \text{ksimb} / \text{s}$$

Minimalna širina opsega učestanosti potrebna za prenos M -arnog signala bez dejstva ISI jednaka je

$$B = \frac{V_M}{2} = \frac{V_b}{2 \times \log_2 M} = \frac{V_b}{2 \times \log_2 8} = \frac{V_b}{6} = 50 \text{kHz}$$

c) Ukoliko se prenos signala vrši M -arnim signaliziranjem sa $M=16$ nivoa, protok M -arnog signala jednak je

$$V_M = \frac{V_b}{\log_2 M} = \frac{V_b}{\log_2 16} = \frac{V_b}{4} = 75 \text{ksimb} / \text{s}$$

Minimalna širina opsega učestanosti potrebna za prenos M -arnog signala bez dejstva ISI jednaka je

$$B = \frac{V_M}{2} = \frac{V_b}{2 \times \log_2 M} = \frac{V_b}{2 \times \log_2 16} = \frac{V_b}{8} = 37.5 \text{kHz}$$

PCM+MUX+ISI (1)

Ukupan broj od $N=12$ nezavisnih signala prenosi se korišćenjem IKM u kombinaciji sa vremenskim multipleksom. Maksimalna učestanost u spektru svakog od signala je $f_m=20\text{kHz}$, odabiranje se vrši minimalnom učestanošću određenom teoremom odabiranja. Ravnomerna kvantizacija odbiraka obavlja se korišćenjem $q=256$ kvantizacionih nivoa.

Signal se prenosi u osnovnom opsegu učestanosti, a linija veze se može predstaviti idealnim filtrom propusnikom niskih učestanosti.

a) Odrediti binarni protok multipleksnog signala.

b) Odrediti minimalnu širinu propusnog opsega, tako da pri prenosu signala ne dolazi do pojave intersimbolske interferencije.

PCM+MUX+ISI (2)

Rešenje:

a) Protok binarnog multipleksnog signala jednak je

$$V_b = f_s \cdot n \cdot N$$

gde je f_0 učestanost odabiranja

$n = \log_2 q$ broj bita u IKM kodnoj reči.

N broj kanala u multipleksu

Po uslovu teoreme odabiranja $f_s \geq 2f_m$, pa je učestanost odabiranja jednaka $f_s = 2f_m = 40\text{kHz}$.

Protok binarnog multipleksnog signala jednak je

$$V_b = f_s \cdot n \cdot N = 40\text{kHz} \cdot \log_2 256 \cdot 12 = 3840\text{kb/s}$$

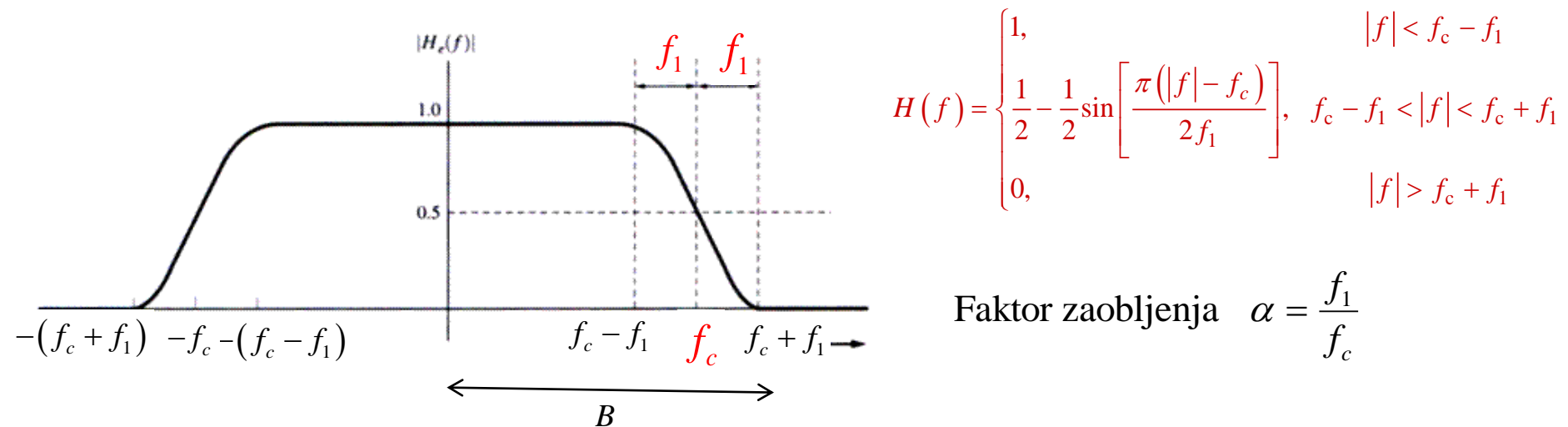
b) Minimalna potrebna širina propusnog opsega za prenos signala u osnovnom opsegu učestanosti iznosi

$$f_{c,\min} = \frac{V_b}{2} = 1920\text{kb/s}$$

NF filtar sa kosinusoidalnim zaobljenjem (1)

Binarni signal $u(t)$ predstavljen je korišćenjem pravougaonih impulsa vrlo kratkog trajanja, koji imaju jednu od dve moguće vrednosti amplitude.

Signal se prenosi linijom veze koja ima oblik NF filtra sa kosinusoidalnim zaobljenjem, čija je funkcija prenosa jednaka

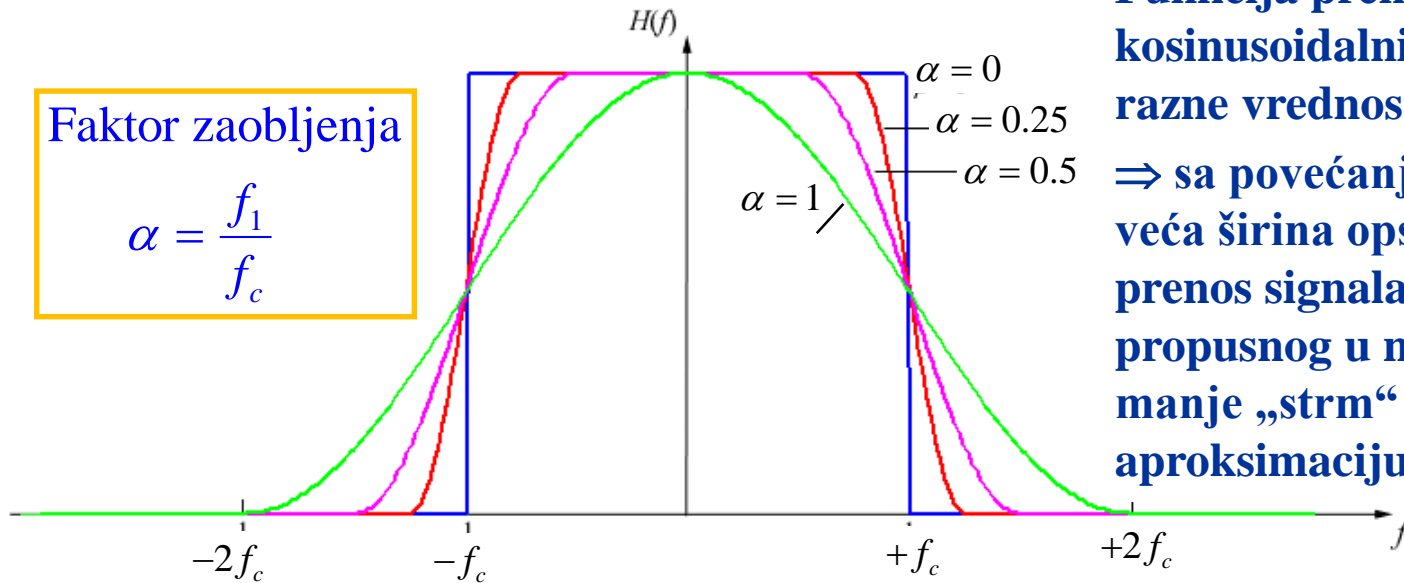


Odrediti maksimalnu brzinu signaliziranja V_{max} pri prenosu signala kroz kanal opisanih karakteristika i potrebnu širinu propusnog opsega potrebnu za prenos signala za slučaj $f_c=1000\text{Hz}$, $f_1=500\text{Hz}$.

NF filtar sa kosinusoidalnim zaobljenjem (2)

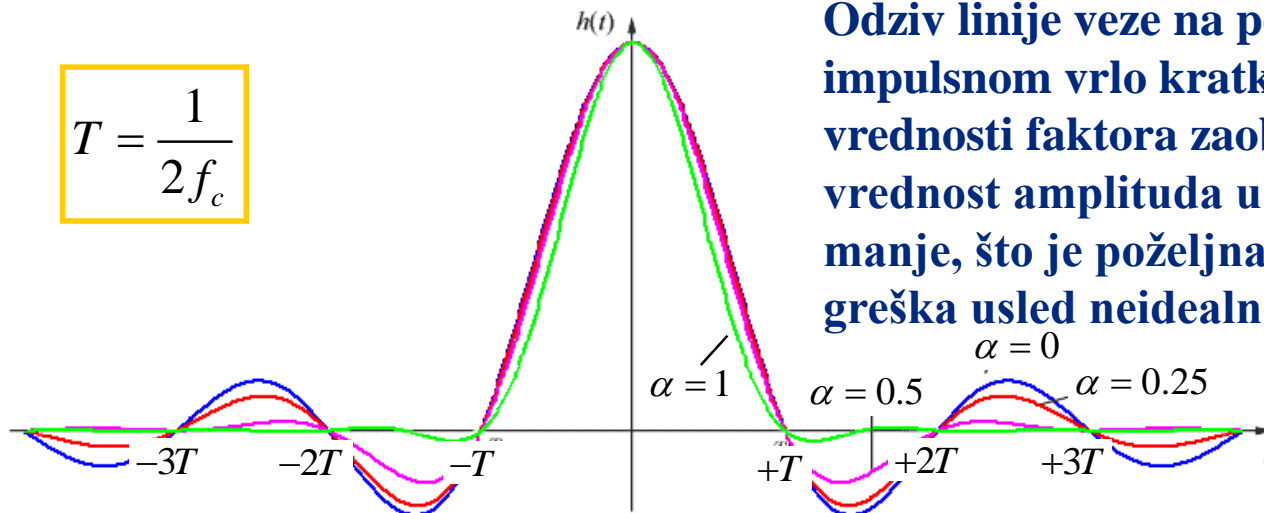
Faktor zaobljenja

$$\alpha = \frac{f_1}{f_c}$$



Funkcija prenosa filtra sa kosinusoidalnim zaobljenjem, za razne vrednosti faktora zaobljenja \Rightarrow sa povećanjem α potrebna sve veća širina opsega učestanosti za prenos signala, ali je prelaz iz propusnog u nepropusni deo manje „strm“ \Rightarrow pogodniji za aproksimaciju realnim filtrom

$$T = \frac{1}{2f_c}$$



Odziv linije veze na pobudu pravougaonim impulsnom vrlo kratkog trajanja za razne vrednosti faktora zaobljenja \Rightarrow sa povećanjem α vrednost amplituda u „repovima“ odziva su sve manje, što je poželjna osobina jer se smanjuje greška usled neidealne sinhronizacije

NF filter sa kosinusoidalnim zaobljenjem (3)

Impulsni odziv NF filtra sa kosinusoidalnim zaobljenjem

$$h(t) = F^{-1}[H(f)] = K \frac{1}{2f_c} \left(\frac{\sin 2\pi f_c t}{2\pi f_c t} \right) \left[\frac{\cos 2\pi f_1 t}{1 - (4f_1 t)^2} \right]$$

Nule impulsnog odziva sistema sa kosinusoidalno zaobljenom amplitudskom karakteristikom javljaju se u trenucima

$$t_k = kT = k \frac{1}{2f_c}$$

Faktor zaobljenja (rolloff factor): $\alpha = \frac{f_1}{f_c} = \frac{500}{1000} = \frac{1}{2}$

Roll off faktor α pokazuje koliko je širina propusnog opsega potrebna za prenos veća u odnosu na idealni slučaj (idealni NF filter, $\alpha=0$)

NF filter sa kosinusoidalnim zaobljenjem (4)

Maksimalna brzina signaliziranja je

$$V_{\max} = 2f_c$$

Potrebna širina propusnog opsega za prenos signala

$$B = f_c + f_1 = f_c(1 + \alpha)$$

Za filter datih vrednosti $f_c=1000\text{Hz}$, $f_1=500\text{Hz}$, maksimalna brzina signaliziranja je

$$V_{\max} = 2000b/s$$

Potrebna širina propusnog opsega za prenos signala jednaka je

$$B = f_c + f_1 = 1000\text{Hz} + 500\text{Hz} = 1500\text{Hz}$$

NF filter sa kosinusoidalnim zaobljenjem, zadatak 2

Binarni signal protoka $V_b=100\text{kb/s}$ prenosi se u osnovnom opsegu učestanosti. Signal se prenosi linijom veze koja ima oblik NF filtra sa kosinusoidalnim zaobljenjem. Odrediti minimalnu širinu propusnog opsega potrebnu za prenos signala bez dejstva ISI, ukoliko je faktor zaobljenja filtra:

- a) $\alpha=0.25$ b) $\alpha=0.5$ c) $\alpha=1$

Rešenje:

Trajanje signalizacionog intervala binarnog signala je $T_b=1/V_b=10\mu\text{s}$.

Minimalna širina propusnog opsega potrebna za prenos signala bez ISI je $B=f_c+f_1$, gde je $f_c=V_b/2$ i $f_1 = \alpha f_c$, pa je

$$B = \frac{V_b}{2} (1 + \alpha)$$

- a) $B = 0.5 \cdot V_b \cdot (1+0.25) = 1.25 f_c = 62.5\text{kHz}$
b) $B = 0.5 \cdot V_b \cdot (1+0.5) = 1.5 f_c = 75\text{kHz}$
c) $B = 0.5 \cdot V_b \cdot (1+1) = 2 f_c = 100\text{kHz}$