FIZIKA SI

Časovi 1,2, 3 i 4

Kinematika

Arsoski Vladimir

NANO•OPTO•BIO

NOBEL elektronika

odsek za fizičku elektroniku

LASERSKA TEHNIKA

http://nobel.etf.bg.ac.yu/

FIZIKA SI

- Nastavnici:
  - Peđa Mihailović
  - Marko Barjaktarović
  - Jasna Crnjanski
  - Vladimir Arsoski (soba 100)

http://nobel.etf.bg.ac.rs/studiranje/kursevi/si1f/sif1-pravila-okt18.pdf

- **Literatura:**
  - **P.Marinković: Fizika I skripta, autorsko izdanje, Beograd 2010.**
  - **Odabrana poglavlja Fizike Optika i Toplota, Akademska misao, Beograd 2017.**
  - **P. Marinković, P. Mihailović, FIZIKA – Zbirka zadataka sa rešenjima za studente SI, Akademska misao**
  - **K.Nikolić, P.Marinković, J.Cvetić: Fizika zbirka rešenih zadataka, DN Centar**
- Lab vežbe → Zavod za Fiziku
  - **K. Stanković : Laboratorijske vežbe iz fizike, Zavod za fiziku, Beograd 2019.**

FIZIKA

- Grčki „fizis“-priroda
- Posmatranje pojava u prirodi i nudi objašnjenja pomoću teorije i eksperimenta (definisanjem fizičkih zakona).
- Priroda je sastavljena od materije:
  - supstance (atomi, molekuli, elementarne čestice...)
  - polja (gravitaciono, elektromagnetsko, polje nuklearnih sila)
- Nauka o najopštijim svojstvima i formama kretanja materije.

Važniji fizički modeli (aproksimacije)

- **Model materijalne tačke** (kada se dimenzije tela mogu zanemariti u odnosu na dimenzije putanje. Primer: pri kretanju Zemlje oko Sunca, Zemlju možemo posmatrati kao M.T.)
- **Model (apsolutno) krutog tela** (kada je promena oblika tela pod spoljašnjim uticajem zanemarljiva. Rastojanje između dve tačke na telu je približno konstantno)

Fizički prostor i fizičke veličine

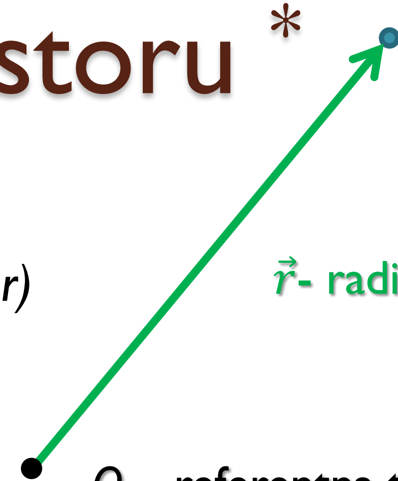
- Fizički prostor je prostor (realno 3D) u kojem se odigravaju fizički procesi (*homogen-nehomogen*, *izotropan- anizotropan*)

- Fizičke veličine opisuju svojstva mikro i makro objekata, polja, procesa i pojava u prirodi (*skalar*, *vektor* ili *tenzor*).

Od mehanike do kinematike

- U opštem slučaju kretanje podrazumeva sveopšti skup promena (položaj, toplota, hemijske reakcije...)
- Mehanika je skup naučnih disciplina koje izučavaju mehaničko kretanje i uzajamno dejstvo različitih tela (prostor+vreme).
  - Dinamika (pri izučavanju kretanja uzima u obzir uzroke koji su doveli do tog kretanja, tj. uzima u obzir uzajamno dejstvo među njima).
    - Kinematika (proučava kretanje tela ne ulazeći u uzroke koji su doveli do takvog kretanja).

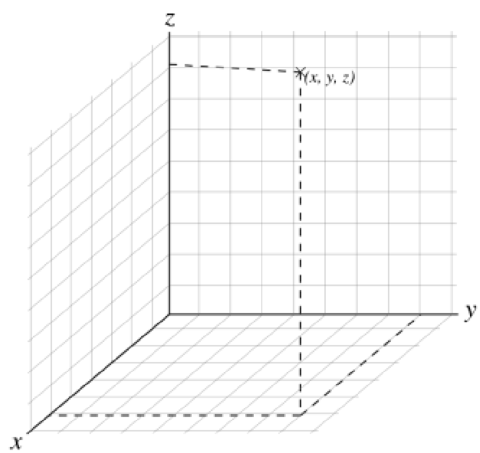
Položaj M.T. u prostoru *



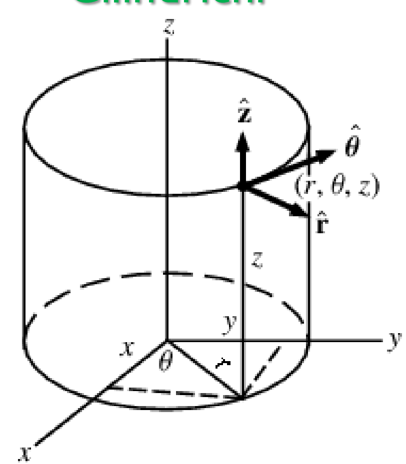
- *Vektorski* *(intenzitet, pravac,smer)*

- *Analitički*

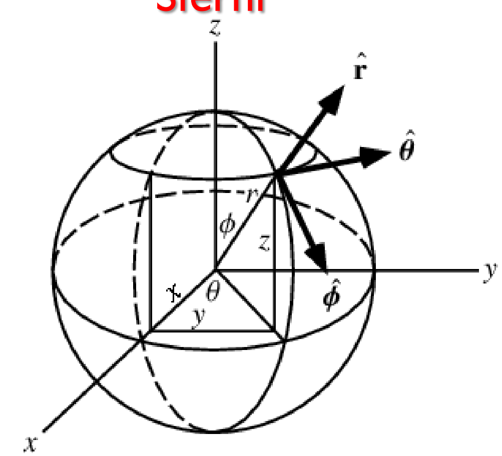
Dekartov



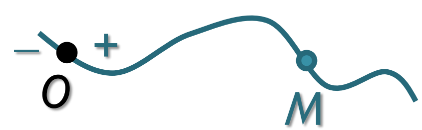
Cilindrični



Sferni

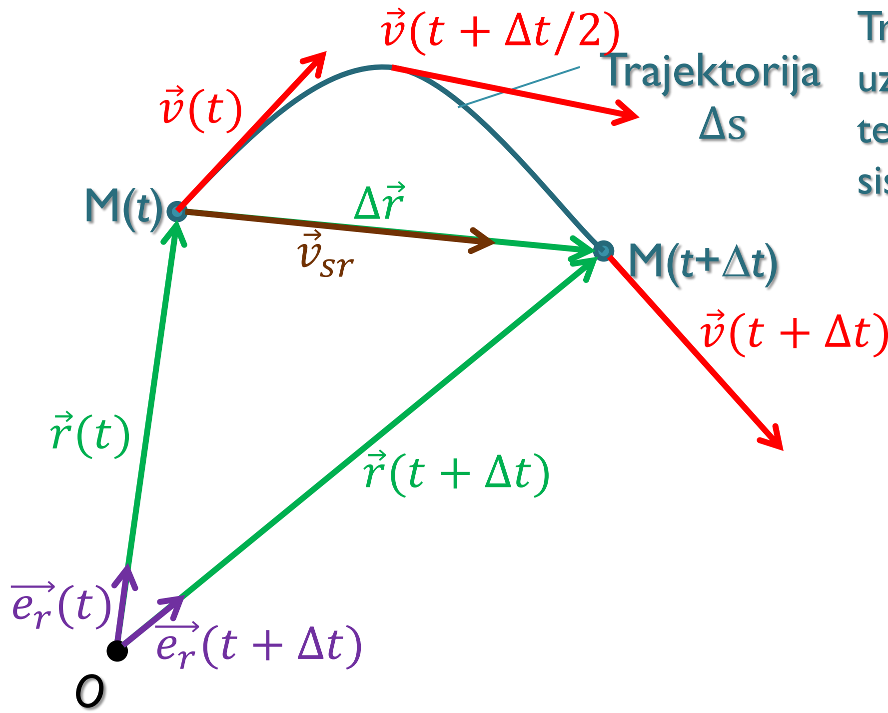


- *Prirodno*



*U odnosu na tačku O – referentna tačka, uporedo telo ili sistem referencije.

Vektor položaja, brzina i ubrzanje



Trajektorija je geometrijsko mesto uzastopnih položaja proizvoljne tačke tela u prostoru prema usvojenom sistemu.referencije.

Pomeraj M.T.

$$\vec{r}(t)+\Delta\vec{r}=\vec{r}(t+\Delta t)\rightarrow$$
$$\Delta\vec{r}=\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)$$

Srednja vrednost vektora brzine

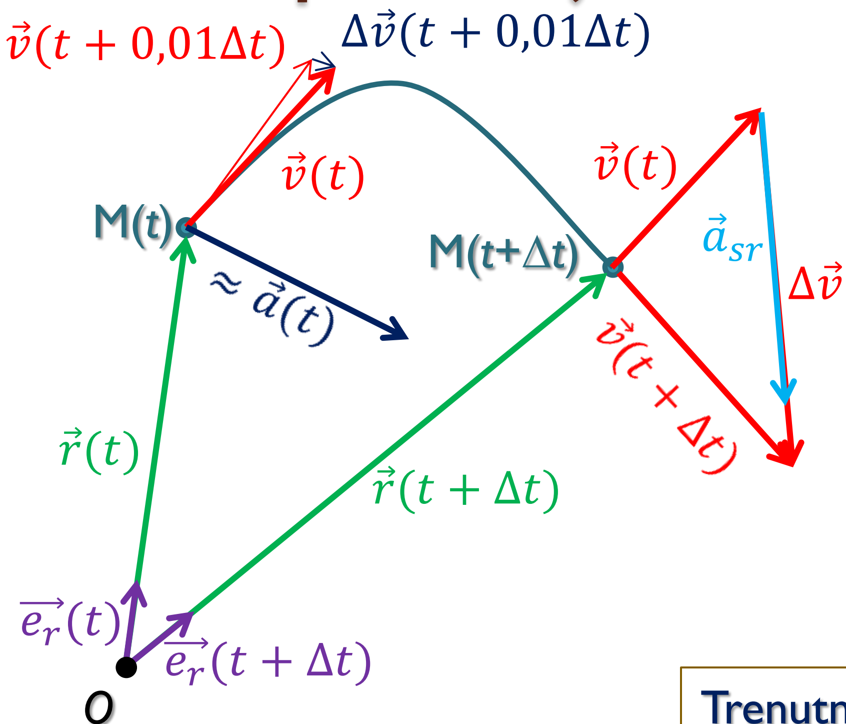
$$\vec{v}_{sr}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Trenutna vrednost vektora brzine

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\dot{\vec{r}}$$

1. Intenzitet = prvom izvodu puta po vremenu $|\vec{v}|=v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{ds}{dt}$
2. Pravac je tangenta na putanju (hodograf vektora pomeraja)
3. Smer – smer kretanja M.T.

Vektor položaja, brzina i ubrzanje



Srednja vrednost vektora ubrzanja

$$\vec{a}_{sr} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

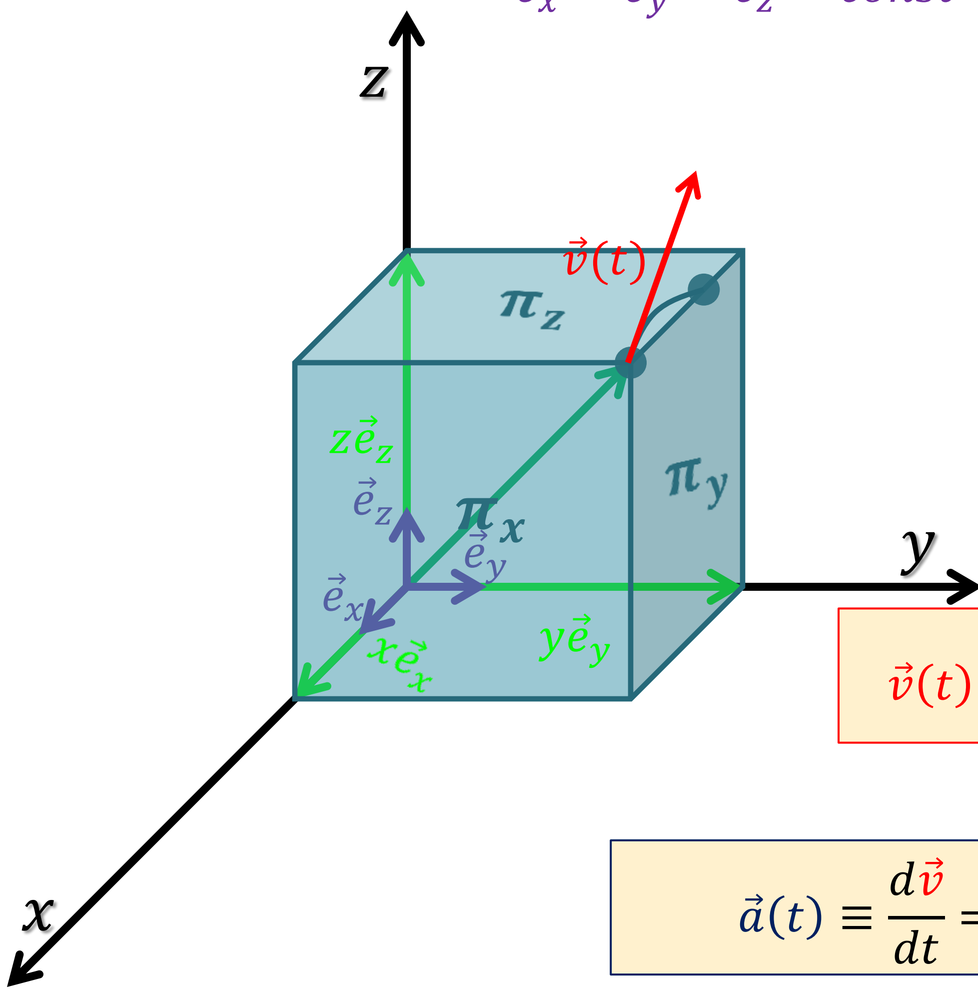
Trenutna vrednost vektora ubrzanja

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$$

1. Intenzitet = prvom izvodu promene brzine =
   = drugom izvodu pomeraja po vremenu
2. Pravac je tangenta na hodograf brzine (primer)
3. Smer – ka konkavnoj (unutrašnjoj) strani krivine

Dekartov koordinatni sistem

$$\vec{e}_x = \vec{e}_y = \vec{e}_z = const \longrightarrow \frac{d\vec{e}_x}{dt} = \frac{d\vec{e}_y}{dt} = \frac{d\vec{e}_z}{dt} = 0$$



Vektor položaja

$$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$$

Koordinate $\vec{r}$: x, y, z

Komponente $\vec{r}$: $x\vec{e}_x, y\vec{e}_y, z\vec{e}_z$

$$\vec{v}(t) \equiv \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{e}_x\frac{dx}{dt} + \vec{e}_y\frac{dy}{dt} + \vec{e}_z\frac{dz}{dt}$$

$$\vec{a}(t) \equiv \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{e}_x\frac{dv_x}{dt} + \vec{e}_y\frac{dv_y}{dt} + \vec{e}_z\frac{dv_z}{dt}$$

Dekartov koordinatni sistem: intenzitet i projekcije vektora $\vec{v}$ i $\vec{a}$

Intenzitet $\vec{v}$:

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

Projekcije $\vec{v}$:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}, \qquad v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}, \qquad v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$$

Intenzitet $\vec{a}$:

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\dot{v_x}^2 + \dot{v_y}^2 + \dot{v_z}^2} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$$

Projekcije $\vec{a}$:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \dot{v}_x, \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \dot{v}_y, \qquad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \dot{v}_z,$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}, \qquad a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y}, \qquad a_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z}.$$

Zadaci: Veza vektora $\vec{r} \leftrightarrow \vec{v} \leftrightarrow \vec{a}$

Date su parametarske jednačine vektora $\vec{r}$:

$$x(t), \qquad y(t), \qquad z(t).$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Poznat je vektor ubrzanja $\vec{a}$: $a_x(t), \quad a_y(t), \quad a_y(t),$

i početni uslovi: $\vec{v}(t = t_0) = \vec{v}_0 = v_{0x}\vec{e}_x + v_{0y}\vec{e}_y + v_{0z}\vec{e}_z;$

$$\vec{r}(t = t_0) = \vec{r}_0 = x_0\vec{e}_x + y_0\vec{e}_y + z_0\vec{e}_z.$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t)dt = \Bigg(\underbrace{v_{0x} + \int_{t_0}^{t} a_x(t)dt}_{v_x}\Bigg)\vec{e}_x + \Bigg(\underbrace{v_{0y} + \int_{t_0}^{t} a_y(t)dt}_{v_y}\Bigg)\vec{e}_y + \Bigg(\underbrace{v_{0z} + \int_{t_0}^{t} a_z(t)dt}_{v_z}\Bigg)\vec{e}_z$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t)dt = \Bigg(\underbrace{x_0 + \int_{t_0}^{t} v_x(t)dt}_{x}\Bigg)\vec{e}_x + \Bigg(\underbrace{y_0 + \int_{t_0}^{t} v_y(t)dt}_{y}\Bigg)\vec{e}_y + \Bigg(\underbrace{z_0 + \int_{t_0}^{t} v_z(t)dt}_{z}\Bigg)\vec{e}_z$$

Obično je početni trenutak t_0=0 !

Primer 1: Ravnomerno pravolinijsko (1D) kretanje

- Ubrzanje $a_x = 0$, a $v_x(t = 0) = v_0$ i $x(t = 0) = x_0$.

$$a_x = 0 \Longrightarrow \frac{dv_x}{dt} = 0 \Longrightarrow v_x = const = v_0$$

$$v_x = v_0 \Longrightarrow \frac{dx}{dt} = v_0 \Longrightarrow x = x_0 + v_0 t$$

$Predjeni\ put\ (x\ monotona\ funkcija\ od\ t)$:
$s = |x - x_0| = |v_0| t$

Primer 2: Ravnomerno promenljivo pravolinijsko (1D) kretanje

- Ubrzanje konstantno $a_x = a_0 = const\ ^*$, a $v_x(t=0) = v_0$ i $x(t=0) = x_0$.

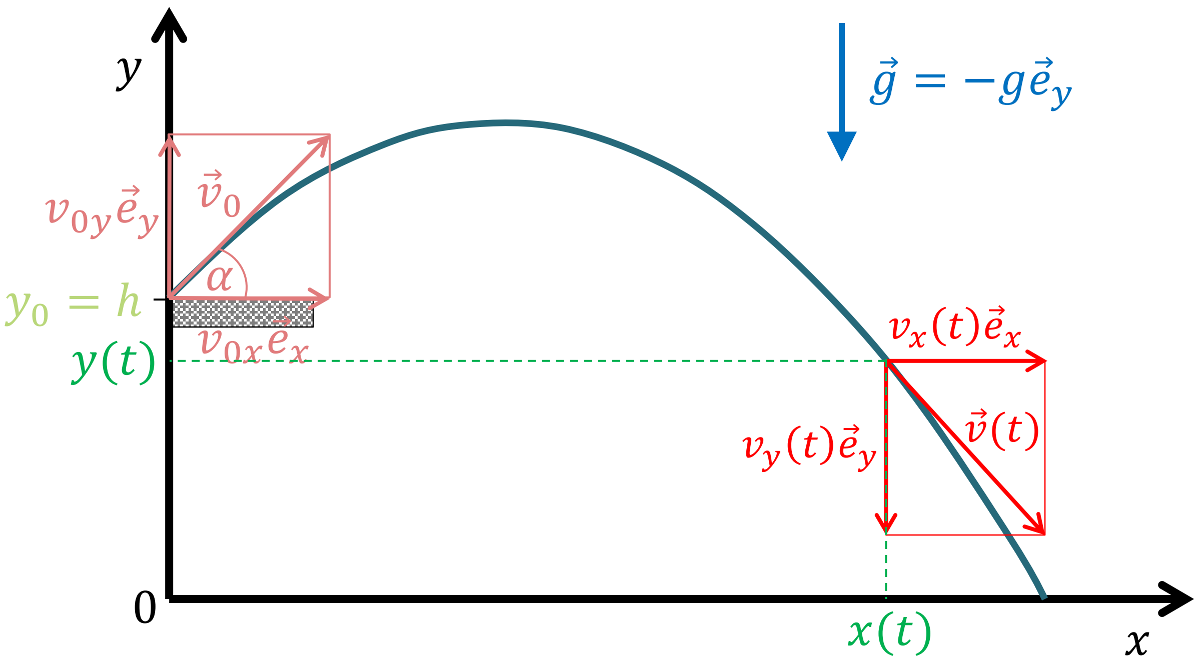
$$a_x = a_0 \Longrightarrow \frac{dv_x}{dt} = a_0 \Longrightarrow v_x = v_0 + a_0 t$$

$$v_x = v_0 + a_0 t \Longrightarrow \frac{dx}{dt} = v_0 + a_0 t \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow x = x_0 + v_0 t + \frac{a_0 t^2}{2}$$

- Algebarska vrednost ubrzanja ne mora biti isto što i intenzitet $|\vec{a}| = |a_x|$!!!
- Mogu se koristiti ove formule, ali kada je usporeno $a_x < 0$ $(a_x = -|\vec{a}|)$!
- Može i za ravnomerno $a_x = 0$ (rezultati kao u primeru 1)!

Primer 3: Kosi hitac (2D)



$a_x(t) = 0,$
$a_y(t) = -g.$

$x(t=0) = 0,$
$y(t=0) = h.$

$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$
$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$

$v_x(t) = v_0 \cos\alpha$

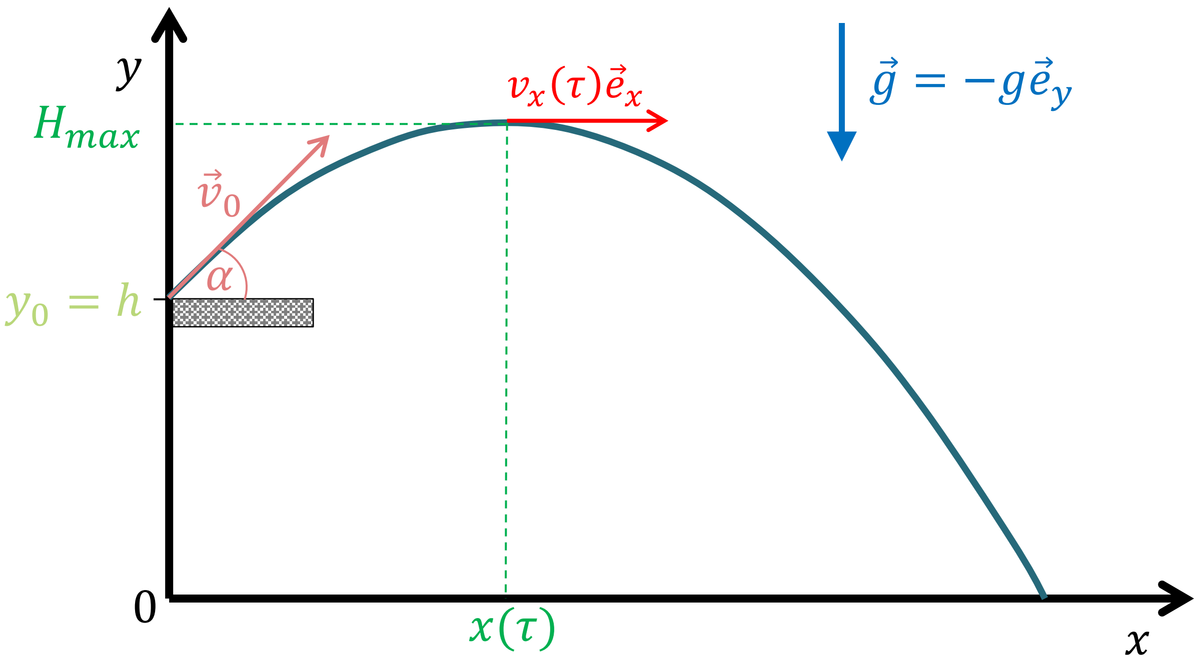
$v_y(t) = v_0 \sin\alpha - gt$

$x(t) = v_0 t \cos\alpha$

$$y(t) = h + v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$$

Trajektorija: $$y(x) = h + x \operatorname{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha}$$

Kosi hitac: maksimalna visina



$$a_x(t) = 0,$$
$$a_y(t) = -g.$$

$$x(t=0) = 0,$$
$$y(t=0) = h.$$

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$$
$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$

$$H_{max} = y(\tau)$$

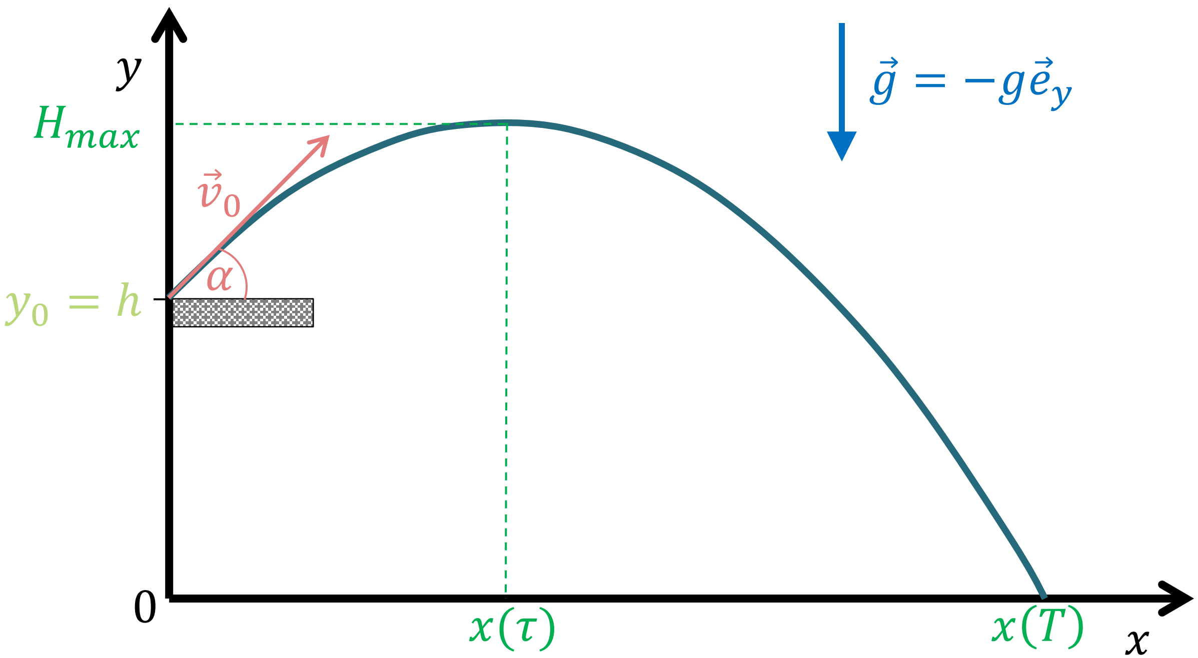
$$v_y(\tau) = 0 = v_0 \sin\alpha - g\tau$$

$$\tau = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

$$x(\tau) = v_0 \tau \cos\alpha = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$$

$$H_{max} = h + v_0 \frac{v_0 \sin\alpha}{g} \sin\alpha - \frac{g}{2}\left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)^2 = h + \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

Kosi hitac: vreme leta i domet



$a_x(t) = 0,$
$a_y(t) = -g.$

$x(t=0) = 0,$
$y(t=0) = h.$

$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$
$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$

$D = x(T)$

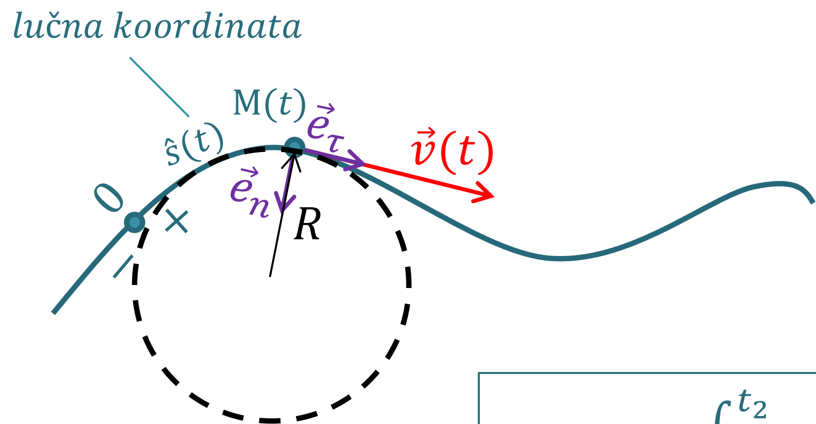
$$y(T) = 0 = h + v_0 T \sin\alpha - \frac{gT^2}{2}$$

$$T^2 - \frac{2h}{g} - \frac{2v_0 T \sin\alpha}{g} = 0 \quad \Longrightarrow$$

$$\boxed{T = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}}}$$

$$\boxed{D = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2gh}{v_0^2 \sin^2\alpha}}\right)}$$

Prirodan način određivanja položaja



$$\boxed{\vec{v} = \hat{v}\vec{e}_\tau = \frac{d\hat{s}}{dt}\vec{e}_\tau}$$

U Dekartovim koord.

$$\hat{v} = \pm\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

$$\boxed{\hat{s}(t) = \int_0^t \hat{v}dt}$$

lučna koordinata

$$\boxed{S_{12}(t) = \int_{t_1}^{t_2} |\vec{v}|dt = \int_{t_1}^{t_2} |\hat{v}|dt \geq \hat{s}_2(t) - \hat{s}_1(t)}$$

predjeni put

$$\frac{d\vec{e}_\tau}{dt} = \frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_n = \frac{\hat{v}}{R}\vec{e}_n$$

$$\vec{a} \equiv \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\hat{v}\vec{e}_\tau)}{dt} = \frac{d\hat{v}}{dt}\vec{e}_\tau + \hat{v}\frac{d\vec{e}_\tau}{dt} = \frac{d\hat{v}}{dt}\vec{e}_\tau + \frac{\hat{v}^2}{R}\vec{e}_n$$

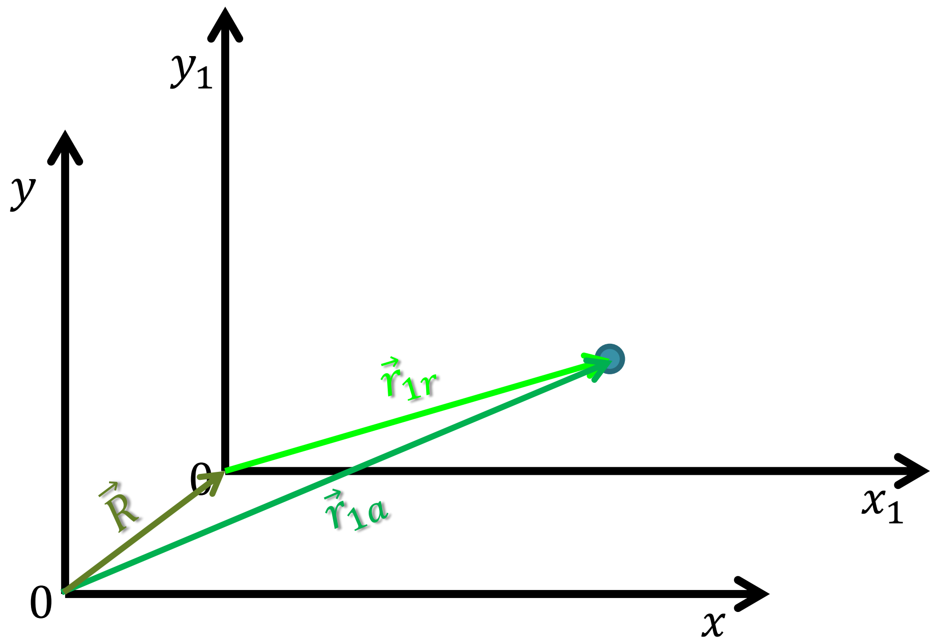
$$\boxed{\vec{a} = \hat{a}_\tau\vec{e}_\tau + a_n\vec{e}_n = \frac{d\hat{v}}{dt}\vec{e}_\tau + \frac{v^2}{R}\vec{e}_n}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\dot{\hat{v}}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}}$$

$$a_\tau = \frac{\vec{v}\vec{a}}{|\vec{v}|}; \qquad a_n = \frac{|\vec{v} \times \vec{a}|}{|\vec{v}|}$$

$$\left(\dot{\hat{v}}\right)^2 = (\dot{v})^2$$

Translatorno prenosno kretanje M.T. (relativno kretanje)



$\vec{r}_{1r}$ – vektor položaja M.T. u sistemu koji se kreće

$\vec{r}_{1a}$ – vektor položaja M.T. u nepokretnom sistemu

$\vec{R}$ – vektor položaja pokretnog sistema u odnosu na nepokretni

$$\boxed{\vec{r}_{1a} = \vec{R} + \vec{r}_{1r}} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \boxed{\vec{v}_{1a} = \vec{v}_p + \vec{v}_{1r}} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \boxed{\vec{a}_{1a} = \vec{a}_p + \vec{a}_{1r}}$$

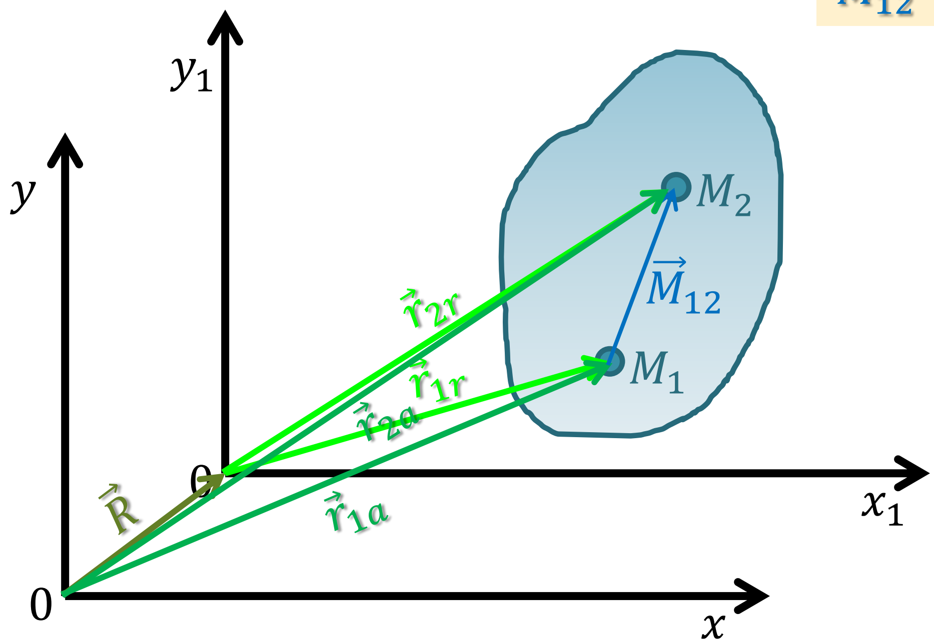
$$\vec{v}_{1a} = \frac{d\vec{r}_{1a}}{dt} = apsolutna\ brzina \qquad \vec{a}_{1a} = \frac{d\vec{v}_{1a}}{dt} = apsolutno\ ubrzanje$$

$$\vec{v}_{1r} = \frac{d\vec{r}_{1r}}{dt} = relativna\ brzina \qquad \vec{a}_{1r} = \frac{d\vec{v}_{1r}}{dt} = relativno\ ubrzanje$$

$$\vec{v}_p = \frac{d\vec{R}}{dt} = prenosna\ brzina \qquad \vec{a}_p = \frac{d\vec{v}_p}{dt} = prenosno\ ubrzanje$$

Translatorno prenosno kretanje krutog tela

$\vec{M}_{12} = const.$ *kod krutog tela*



$\vec{r}_{1r}$ – *vektor položaja* M_1 *u sistemu koji se kreće*

$\vec{r}_{1a}$ – *vektor položaja* M_1 *u nepokretnom sistemu*

$\vec{R}$ – *vektor položaja pokretnog sistema u odnosu na nepokretni*

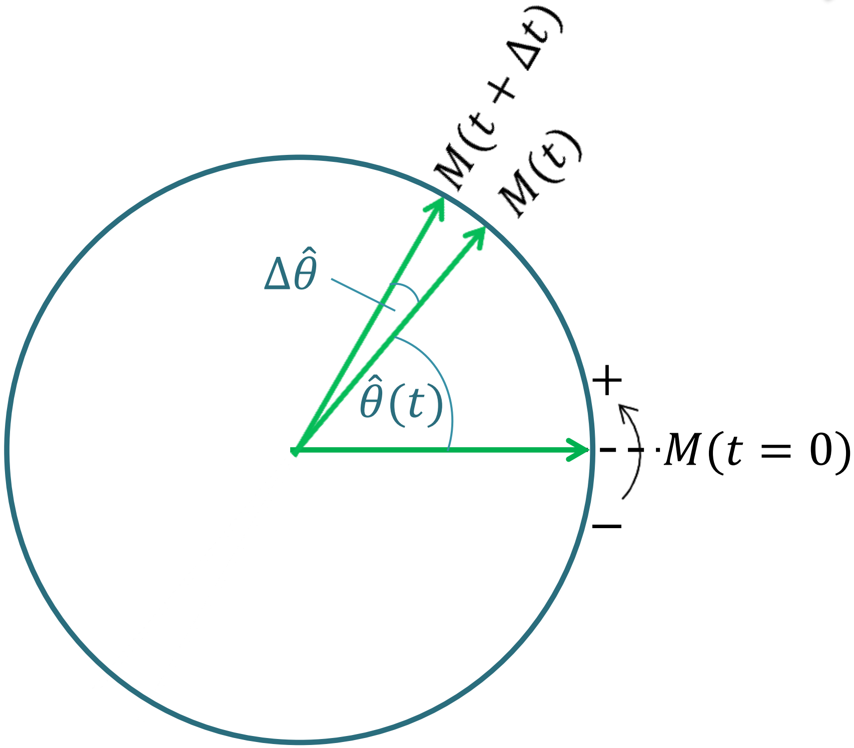
$$\vec{r}_{1a} = \vec{r}_{1r} + \vec{R} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \vec{v}_{1a} = \vec{v}_p + \vec{v}_{1r} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \vec{a}_{1a} = \vec{a}_p + \vec{a}_{1r}$$

$$\vec{r}_{2r} = \vec{r}_{1r} + \vec{M}_{12}$$

$$\vec{r}_{2a} = \vec{r}_{2r} + \vec{R} = \vec{r}_{1r} + \vec{R} + const = \vec{r}_{1a} + const$$

$$\Rightarrow \quad \vec{r}_{2a} = \vec{r}_{1a} + const \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \vec{v}_{2a} = \vec{v}_{1a} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \vec{a}_{2a} = \vec{a}_{1a}$$

Rotaciono kretanje tačke



Ugao rotacije $\hat{\theta}(t)$

Srednja ugaona brzina

$$\omega_{sr} = \frac{\Delta\hat{\theta}}{\Delta t}$$

Trenutna ugaona brzina

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\hat{\theta}}{\Delta t} = \frac{d\hat{\theta}}{dt}$$

Srednje ugaono ubrzanje

$$\alpha_{sr} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Trenutno ugaono ubrzanje

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\hat{\theta}}{dt^2}$$

Referentni smer: prsti u smeru priraštaja θ, palac pokazuje referentni smer.

Primer 1: Ravnomerno rotaciono kretanje

- Ugaono ubrzanje $\alpha = 0$,
  a $\omega(t = 0) = \omega_0$ i $\theta(t = 0) = \theta_0$.

$$\alpha = 0 \implies \frac{d\omega}{dt} = 0 \implies \omega = const = \omega_0$$

$$\omega = \omega_0 \implies \frac{d\theta}{dt} = \omega_0 \implies \theta = \theta_0 + \omega_0 t$$

$Ugaoni\ pomeraj\ (\theta\ je\ monotona\ funkcija\ od\ t)$:
$\Delta\theta(t) = |\theta - \theta_0| = |\omega_0| t$

Primer 2: Ravnomerno promenljivo rotaciono kretanje

- Ugaono ubrzanje konstantno $\alpha = const^{*}$, a $\omega(t=0) = \omega_0$ i $\theta(t=0) = \theta_0$.

$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha \Longrightarrow \omega = \omega_0 + \alpha t$$

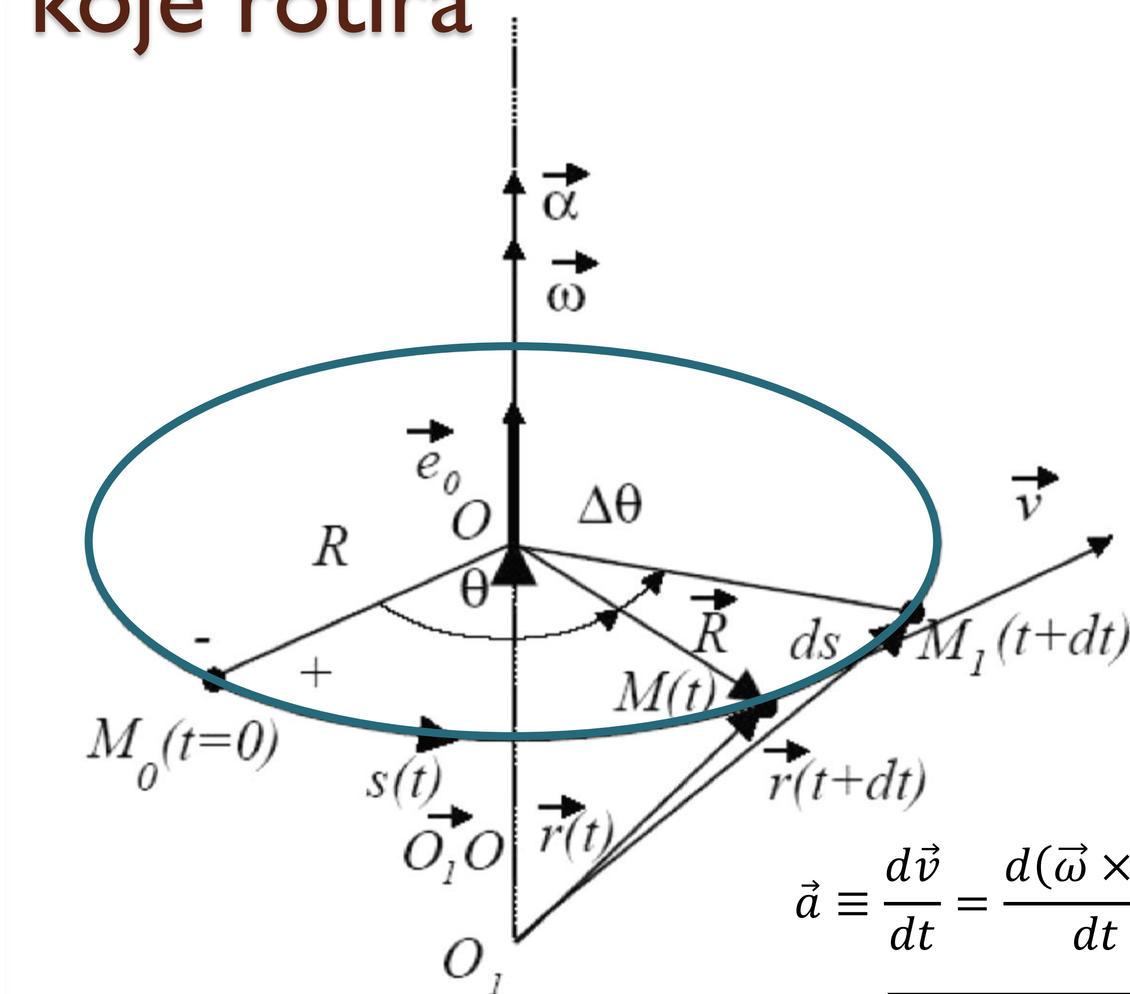
$$\omega = \omega_0 + \alpha t \Longrightarrow \frac{d\theta}{dt} = \omega_0 + \alpha t \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

* algebarska vrednost ugaonog ubrzanja!!!

- Za $\alpha > 0$ ravn. ubrzano, a za $\alpha < 0$ ravn. usporeno rotaciono kretanje.
- Za $\alpha = 0$ svodi se na ravnomerno rotaciono kretanje (prethodni primer)!

Rotacija krutog tela: *v* i *a* tačke tela koje rotira



$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}$$

$$\vec{R} = \vec{r} - \overrightarrow{O_1O}$$

$$\overrightarrow{O_1O} || \vec{\omega}$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}}$$

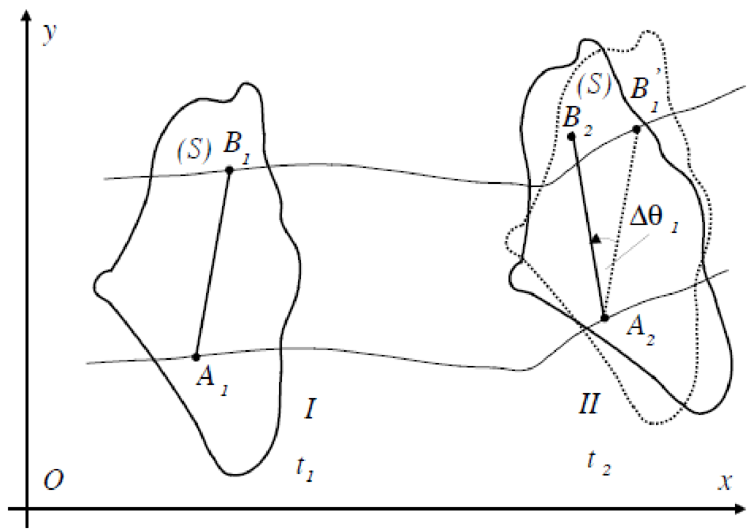
$$\vec{a} \equiv \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r})}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}}$$

Referentni smer: prsti u smeru priraštaja θ, palac pokazuje referentni smer.

Komplano kretanje

- Translacija pola A brzinom $\vec{v}_A$ + rotacija oko A (osa rotacije je normalna na xOy ravan)



$\overrightarrow{AB}$ – rotira oko A

$$\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} = \vec{v}_{rot} = \vec{\omega} \times \overrightarrow{AB}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{v}_B &= \vec{v}_{tran} + \vec{v}_{rot} \\ &= \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \overrightarrow{AB}\end{aligned}}$$

$$\vec{a}_B \equiv \frac{d\vec{v}_B}{dt} = \frac{d\vec{v}_A}{dt} + \frac{d\left(\vec{\omega} \times \overrightarrow{AB}\right)}{dt} = \frac{d\vec{v}_A}{dt} + \overbrace{\frac{d\vec{\omega}}{dt}}^{\vec{\alpha}} \times \overrightarrow{AB} + \vec{\omega} \times \overbrace{\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}}^{\vec{\omega} \times \overrightarrow{AB}}$$

$$\boxed{\vec{a}_B = \vec{a}_{tran} + \vec{a}_{rot} = \vec{a}_A + \vec{\alpha} \times \overrightarrow{AB} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \overrightarrow{AB}\right)}$$

Hvala na pažnji!

- Kraj 4. časa!