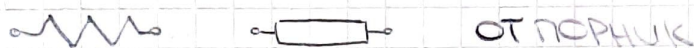


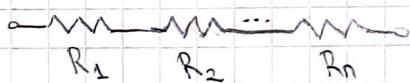
## Елементи електричног кола

- 1) проводник - бакарни или алуминијумски кабл; узима се апроксимација  $\rho \rightarrow 0$ ,  $\sigma \rightarrow \infty$  и  $R \rightarrow 0$
- 2) отпорник - компонента која спречава отпор протоку струје, тиме субварајући пад напона између прикључака; има карактеристике отпорности ( $R$ ) и проводности ( $G = \frac{1}{R}$  [S])



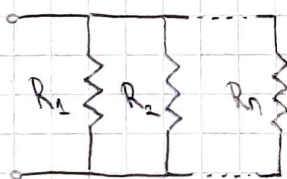
Уколико су отпорници спојени на ред, они имају заједничку струју која је истицање кроз све њих иста, али се напон  $\rightarrow$  њима може разликовати. Укупан отпор онда износи:

$$R_{EQ} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$



Отпорници у паралелној вези имају исти напон на изводима, па је еквивалентни отпор онда

$$\frac{1}{R_{EQ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$



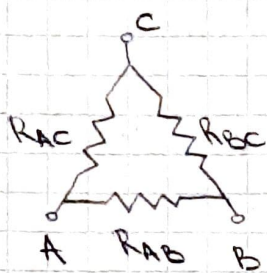
Ако су два отпорника редно везана, пишемо  $R_1 \oplus R_2$ , а ако су везани паралелно пишемо  $R_1 \parallel R_2$  и њихова еквивалентна отпорност износи  $R_{EQ} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ . Ако имамо два отпорника исте отпорности паралелно везана, еквивалентна отпорност ће износити:

$$R_{EQ} = \frac{R \cdot R}{R + R} = \frac{R}{2}$$

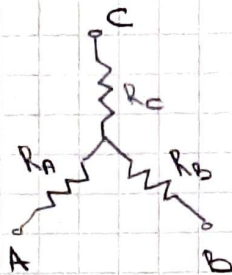
Отпорник неће утицати на еквивалентну отпорност уколико се налази на грани на

kojoj postaviti preklap. Paralelna veza se računa u skladu sa pravilnostima:

$$G = \frac{1}{R} \quad ; \quad G_{\text{EQ}} = G_1 + G_2 + \dots + G_n.$$



trokutao



zvezga

Понекад је у случају равнотеже напонска и струјна еквивалентност постојећа са одређеном изабраним трансформацијама.

најчешће се једна у групи одних горе наведених случајева трансформацијама према правилима постављају (1 до 4 збездом или трокутом).

$$AB: R_{A-B} = R_A + R_B$$

$$R_{A-B} = R_{AB} \parallel (R_{AC} + R_{BC}) = \frac{R_{AB}(R_{AC} + R_{BC})}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}$$

$$R_A + R_B = \frac{R_{AB}(R_{AC} + R_{BC})}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}$$

$$\text{аналогно: } R_A + R_C = \frac{R_{AC}(R_{AB} + R_{BC})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

$$R_B + R_C = \frac{R_{BC}(R_{AB} + R_{AC})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

$$2(R_A + R_B + R_C) = \frac{2(R_{AB}R_{AC} + R_{AB}R_{BC} + R_{BC}R_{AC})}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{R_{AB}R_{AC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}} \rightarrow \text{производ оних који се налазе у A} \rightarrow \text{збир свих}$$

$$R_B = \frac{R_{BC}R_{BA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

$$R_C = \frac{R_{AC}R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

$$R_A \cdot R_{BC} = R_B \cdot R_{CA} = R_C \cdot R_{AB} = \frac{R_{AB} R_{AC} R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}$$

$$R_{AC} = R_{AB} \frac{R_C}{R_B} \quad R_{BC} = R_{AB} \frac{R_C}{R_A}$$

$$R_A = \frac{R_{AB} R_{AC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} = \frac{\cancel{R_{AB}} R_{AB} \frac{R_C}{R_B}}{\cancel{R_{AB}} + \cancel{R_{AB}} \frac{R_C}{R_B} + \cancel{R_{AB}} \frac{R_C}{R_A}} = \frac{R_{AB} R_C R_A}{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}$$

$$R_{AB} = \frac{R_A R_C + R_B R_C + R_A R_B}{R_C}$$

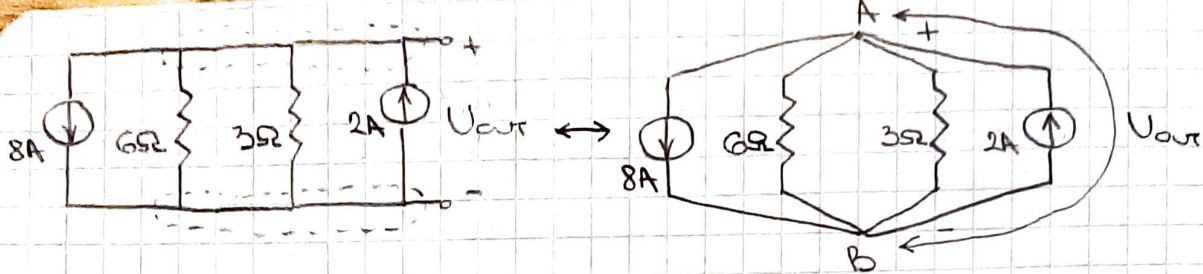
$$R_{BC} = \frac{R_B R_A + R_C R_A + R_B R_C}{R_A}$$

$$R_{AC} = \frac{R_C R_B + R_A R_B + R_C R_A}{R_B}$$

### 3) основни pojmovi o kolu

Електрично коло представља скуп више елемената који су међусобно сједени проводницима. Ако су сви елементи у колу линеарни (описани законом  $U=IR$  по линеарном закону), онда је и коло линеарно.

Примери нелинеарних елемената су диоде и транзистори. Ради једноставности, електрична кола се представљају преко урвенга - електричне шеме. Чвор представља место где се спању (сјојају) најмање 3 траке. При означавању чворови треба водити рачуна да две траке које су повезане одвојени чворови, уколико су кратко сједене, представљају један чвор. Две су траке кратко сједене уколико између њих постоји само проводник и ниједан други елемент.



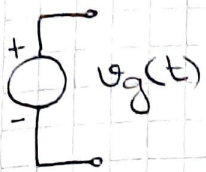
Šesto kolo ima samo 2 čvora, što se može uvideti kada se kolo malo drugačije nacrtava. Način između dva 2 čvora je svuda isti (na svim elementima).

Prva je veza elemenata između 2 čvora. Petlja je zatvoreni put kroz kolo gde se kroz svaku vanku ili čvor prolazi samo jednom. Konтура je petlja koja u sebi ne sadrži neku drugu petlju. Za prolazak kroz konтуру i petlje biva se odabire proizvoljno određuju referentni smerovi.

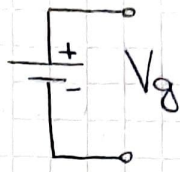
#### 4) generatori

Električni generator je kolažnina koja preko mehaničkih sila proizvodi kretanje naelektrisanja u kolu. Kolo je jednodimenzionalno ako su nakon uključena i postavlja generator svi naponi i struje ostaju vremenski promenljivi. Generatori su oni koji diktiraju kakva će biti struja u celom kolu i na svim elementima. Generatori mogu biti idealni i realni. Idealni se dele na nezavisne i zavisne.

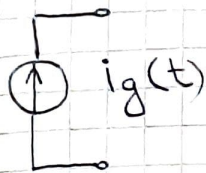
Nezavisni idealni naponski izvor je onaj koji održava isti napon nezavisno od struje kroz njega i drugih naponski u kolu. Ako je vrednost napona kod idealnog izvora konstantna, onda se radi o bateriji. Vrednost može biti i funkcija vremena.



ИДЕАЛНИ  
НЕЗАВИСНИ  
НАПОНСКИ  
ГЕНЕРАТОР



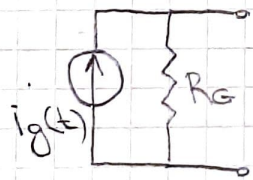
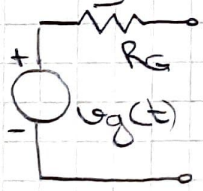
НАПОНСКА  
БАТЕРИЈА



ИДЕАЛНИ  
НЕЗАВИСНИ  
СТРУЈНИ  
ГЕНЕРАТОР

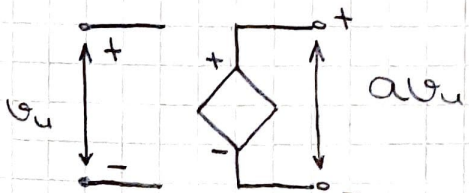
Идеални независни струјни извор одржава струју независно од напона кроз која или других струјава кажу. Вредност струје може бити константна или функција времена. Кроз грану у којој се налази он дефинише тачно ону струју којом је дефинисан. Разлика између идеалних и реалних генератора је у еквивалентној отпорности (идеални напонски генератор има отпорност једнаку нули).

Реални напонски и струјни генератори имају неку коначну вредност отпорности.

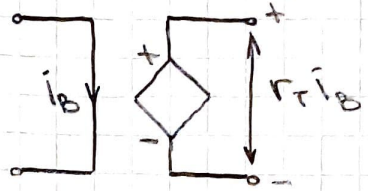


\* контролисани (зависни) генератори

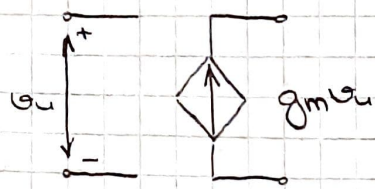
Зависни генератори су они који су одређени неком другом струјом или напоном у коју самонамичним са неком контролом.



НАПОНОМ КОНТРОЛИСАНИ  
ЗАВИСНИ НАПОНСКИ ГЕНЕРАТОР  
 $u_a$  - контролисани напон  
 $a$  - напонско удјелите

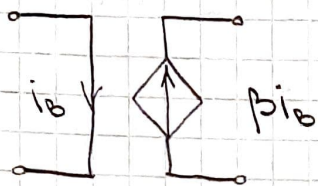


СТРУЈОМ КОНТРОЛИСАНИ  
ЗАВИСНИ НАПОНСКИ ГЕНЕРАТОР  
 $i_b$  - контролисана струја  
 $\Gamma$  - управљивајућа



НАПОНАМ КОНТРОЛИСАН  
ЗАВИСНИ СТРУЈНИ ГЕНЕРАТОР

$g_m$ -транскоупдукцијанса

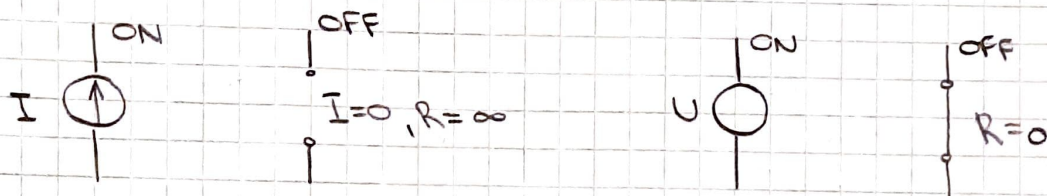


СТРУЈАМ КОНТРОЛИСАН  
ЗАВИСНИ СТРУЈНИ ГЕНЕРАТОР

$\beta$ -струјно одачање

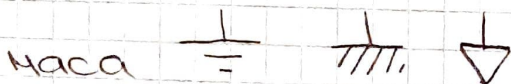
\* рачунање еквивалентне отпорности када у колу постоје генератори

1. уколико постоје независни генератори, врши се њихово укидање: независни напонски генератор мења се кратким спојем, а струјни отвореном везом



2. уколико у колу постоје зависни генератори, онда између тачака између којих рачунамо еквивалентну отпорност уводимо напонски генератор  $u_t$  или струјни генератор  $i_t$

3. рачунамо струју  $i_t$  или  $u_t$  (за струјни) (за напонски) или  $u_t$  (за струјни), а затим еквивалентну отпорност по формули  $R_{екв} = \frac{u_t}{i_t}$ ; рачунање се врши преко Кирхофовог закона



# Потенцијал електричног кола и напон

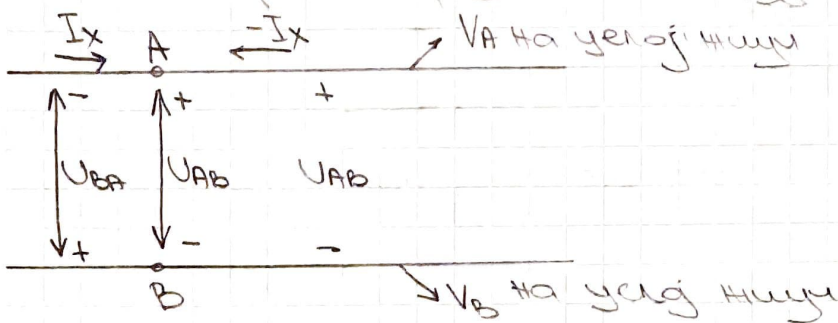
Означба се са  $\varphi(t), V$  или  $\psi$ , а јединица је Волт.

Исти потенцијал имају две тачке кратко сједиене у колу. За тачку нумерички потенцијала узима се референтна тачка (маса), која се онда сматра уземљеном тачком, а сви остали потенцијали су релативни у односу на њу. Разлика потенцијала између две тачке представља напон ( $u(t), U, V$ ).

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

$$U_{BA} = V_B - V_A$$

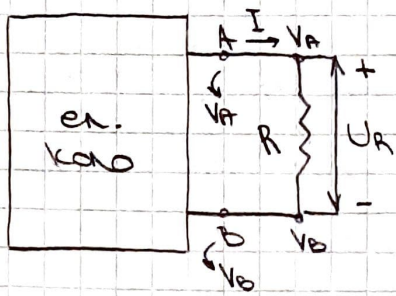
За напон између две тачке постоје две могућности - позитивна и негативна, а оно што ми означава је која је која је референтни смер. За сва напон се саопшти из референтног смера и одговарајуће вредности напона, и савремено је знати да. Обрнутом референтног смера и напратном одговарајуће вредности истовремено, грешка се ипак напон као почетни. Сврхе су ипак же укривисане преко референтног смера и одговарајуће вредности сврхе-



одговарајућа вредност - дрoј (нпр. 5V)

референтни смер - дрoјнак (+ или -)

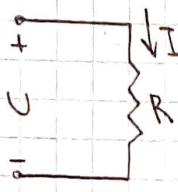
# Омов закон



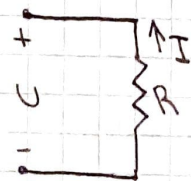
$$U_{AB} = V_A - V_B = U_R$$

$$I = \frac{U_{AB}}{R} = G U_{AB}$$

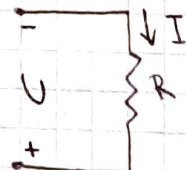
Напон, односно пад напона на отпорнику се рачуна по Омовом закону. За да се он примени, морају се усвојити одређени референтни смерови напона и струје са дугу усатлашени по Омовом закону (струја мора бити усмерена од позитивне краја напона ка негативном крају). Напон на отпорнику који је са оба своја краја повезан на исти проводник или на отпорнику који је само једним крајем повезан у коло, а ни једним крају има прекид, односи нула (струја тече само кроз затворене катодуре, а не само преко прекида). Референтни смерови усатлашени по Омовом закону нису усатлашени по предстојећем.



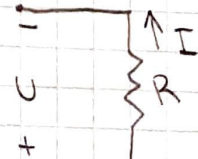
$$U = RI$$



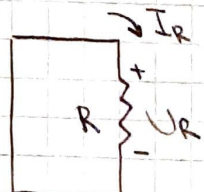
$$U = -RI$$



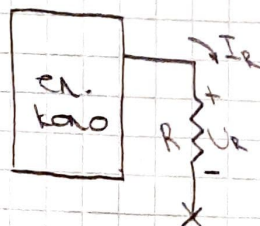
$$U = -RI$$



$$U = RI$$



$$I_R = \frac{U_R}{R} \quad \left| \quad I_R = 0 \right. \\ U_R = 0$$



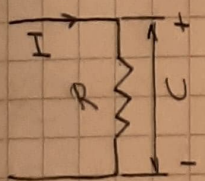
$$U_R = R I_R \quad \left| \quad U_R = 0 \right. \\ I_R = 0$$



## Цулов закон

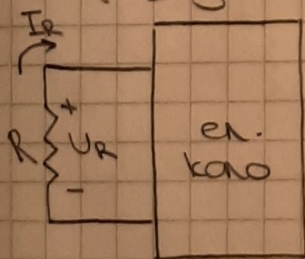
Цулов закон нам служи за израчунавање снаге коју отпорник расипа (губи). Сви отпорници увек имају позитивну отпорност. Отпорник увек прегорје негативну снагу, а грма позитивну снагу. Ако је напон на елементу  $x$   $U_x$ , а струја  $I_x$ , да ли се одређена снага коју елемент прегорје, према референтне смере услогни са прегорја снаге (улази  $u_s +$  а улази  $u -$ ).

Грмате снаге:



$$P = \frac{A}{\Delta t} = \frac{A}{\Delta q} \frac{\Delta q}{\Delta t} = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

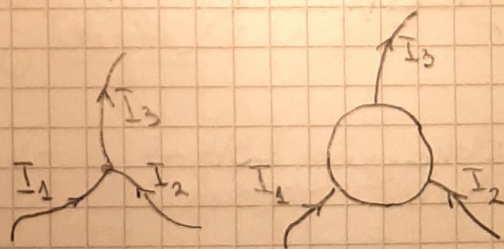
Прегорја снаге:



$$P = U_R I_R = -R I_R^2 = -\frac{U_R^2}{R} < 0$$

$$U_R = -I_R R$$

$$I_R = -\frac{U_R}{R}$$



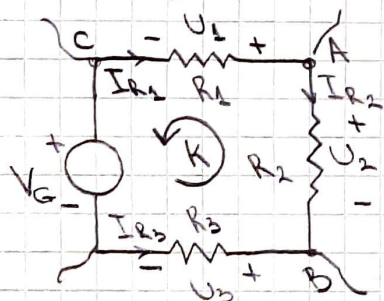
Кирхофов закон за струје

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

Алгебрака сума струја које улазу у нр коју чвор једнака је нули. Струје које улазу у чвор се узимају са позитивним предзнаком, а струје које улазу у чвор са негативним предзнаком. КЗС важи и за произвољно велику гео кола, а не само за шатку.

## Кирхгофов закон за напон

Алгебарска сума напона у било којој петљи која је једнака је нули. Напони који се оријентација разликује од оријентације петље (наилазимо прво  $U_1 + U_2 -$ ) се узима са негативним предзнаком, а ако је оријентација иста, онда са позитивним предзнаком ( $- U_1 +$ ). Први корак је да узмемо контуру, заједно усвојимо произвољно референтни смер проласка кроз њу, и на крају кречемо из произвољне тачке и сумирамо док се не вратимо у њу. Ако немамо датог  $U$ , вети морамо рачунати као  $U = IR$ , онда, ако се референтни смер струје  $I$  и конуре поклапају, тада производ  $RI$  узима са предзнаком  $-$  а у супротном са  $+$ .



$$-V_G + U_3 + U_2 - U_1 = 0$$

$$U_1 = -I_{R_1} R_1$$

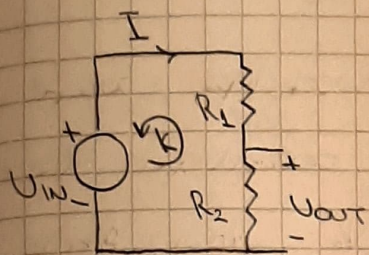
$$U_2 = I_{R_2} R_2$$

$$U_3 = -I_{R_3} R_3$$

кондицијата КЗН  $\rightarrow$   
у Овога закона

$$-V_G + I_{R_1} R_1 + I_{R_2} R_2 - I_{R_3} R_3 = 0$$

## Земљеник Хајата (разге мук Хајата)



$$U_{out} = f(U_{in})$$

$$U_{out} = IR_2 \quad (1)$$

$$IR_2 + IR_1 - U_{in} = 0$$

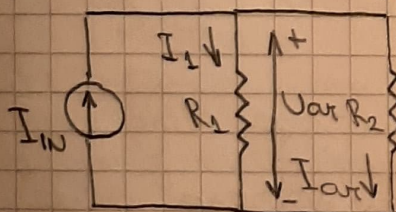
$$I(R_1 + R_2) = U_{in}$$

$$I = \frac{U_{in}}{R_1 + R_2} \quad (2)$$

Уз (1) и (2) слегу  $U_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{in}$

Узлазну Хајат сразмеран је узлазну Хајату, а коэфуцијент сразмерности има у држању сразмерне тог кјим усмаурамо Хајат, а у узлазну тоје одо аутара.

## Земљеник аутаре (разге мук аутаре)



$$I_{out} = f(I_{in})$$

$$I_{in} - I_1 - I_{out} = 0$$

$$U_{out} = I_{out} R_2$$

$$I_1 = \frac{U_{out}}{R_1} = \frac{I_{out} R_2}{R_1}$$

$$I_{in} - \frac{I_{out} R_2}{R_1} - I_{out} = 0$$

$$I_{in} = I_{out} \left( \frac{R_2}{R_1} + 1 \right)$$

$$I_{out} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_{in}$$

## Метода повезаних чворова

У случају са  $n$  чворова, један чвор се узима за референци (има нулти потенцијал), а осталим чворовима се придружне повезују  $V_1, V_2, \dots, V_{n-1}$ . Ако имамо 4 чвора, онда имамо чворове  $V_1, V_2, V_3$  и пишуемо 3 једначине:

$$G_{11}V_1 + G_{12}V_2 + G_{13}V_3 = I^{(1)}$$

$$G_{21}V_1 + G_{22}V_2 + G_{23}V_3 = I^{(2)}$$

$$G_{31}V_1 + G_{32}V_2 + G_{33}V_3 = I^{(3)} \quad \text{B. 19, 20, 21, 22, 23, 24}$$

$G_{ii}$  представља збир проводности грана које се сичу у чвору  $i$  и увек има позитиван предзнак.

$G_{ij}$  представља збир проводности грана које директно повезују чворове  $i$  и  $j$  и увек има негативан предзнак.

$I^{(i)}$  је сума струја струјних генератора чије се сичу у чвору  $i$  (то јест сума напонских струја генератора чије се гране сичу у чвору  $i$  и у којим се налази резна веза идеално најбољег генератора и амперника) подељених са ситорношћу. Резна веза је за све генераторе (са + сико је + најбољег генератора усмерен ка чвору, а у супротном са -).

Проводност гране са идеалним струјним генератором је нула. Ако у којој грани имамо два коника амперника не рачунамо их и ситорношћу је 0, а у грани са најбољим генератором ситорношћу је збир проводности.

Маса се утврђује у једној једначини  $I_{\text{ген}} = \sum I_{\text{сичу}} + I_{\text{ген}} = 0$  се сачини гране грана.

## Метода суперпозиције

Ако је коло линеарно, јачина струје и напон у свакој грани се могу добити ако се израчунају напони и струје када се остави само један укључен генератор, а сви остали искључе (јачина укупне струје једнака је збиру одјединачних деловања генератора). В. 25, 26, 27

## Метода трансформације извора

У електричним колима се ретко срећу идеални напонски и струјни извори, већи улазни реални напонски извор одговарајући  $R_V$  и реални струјни извор проводношћу  $G_i = \frac{1}{R_i}$ . У случају управљивог кола, тада некако је директно преворити струјни извор у еквивалентни напонски извор и обрнуто. Ако се та реални струјни или напонски извор прикључи на одговарајуће одговарајуће одговарајући  $R_P$ , онда у случају еквивалентног извора струја кроз одговарајући  $R_P$  мора бити иста у оба кола. По Омова закату, онда је исти и напон на одговарајући  $R_P$ . Дакле, из услова једнакости струја кроз  $R_P$ :

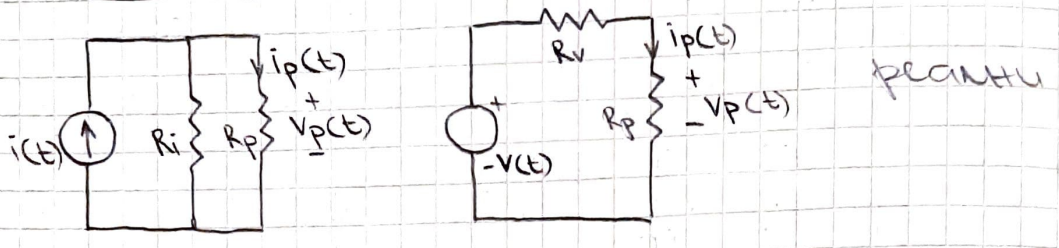
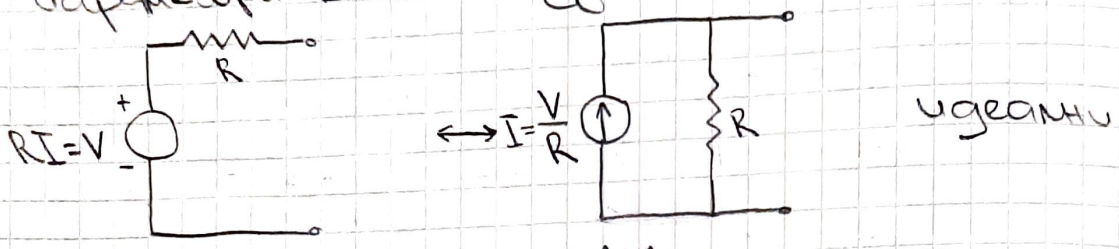
$$I_P = \frac{1}{R_V + R_P} V = \frac{R_i}{R_i + R_P} I \quad \text{директно се добијају}$$

услови еквивалентности реалног напонског и струјног извора:  $V = R_i I$ ,  $R_V = R_i$ .

Дакле, ако у колу имамо струјни извор струје  $I$  и у њему паралелно беза одговарајући  $R$ , онда се

овај кондензатор може заменити еквивалентним  
 или извором напон  $V=RI$  и серијски везаним  
 отпором  $R$ . Такође важи и обрнуто ( $I=\frac{V}{R}$ ). Важи

параметри која одају неутралности.



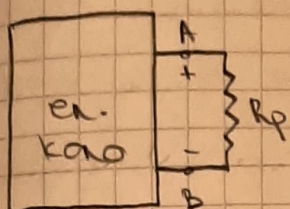
### Тевенинова и Нортонова теорема

Ако желимо да у неком колу одредимо струју која  
 или снагу на неком отпорнику, који називамо потро-  
шач и оделењавамо са  $R_p$ , Тевенинова и Нортонова  
 теорема показују како се удео као, осим потро-  
 шача, може заменити еквивалентним реалним извором  
 или струјним извором, тако да струја и  
 снага потрошача одају неутралности.

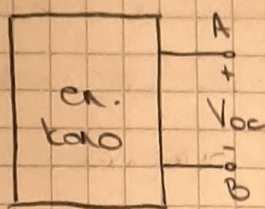
Ако се потрошач укључи из кола, струја или крајња  
 снага одређени и на њима зависи напон  $V_o$  (2).

Ако се после укључења потрошача струја или кра-  
 јњи крајња снага, онда измеђ њих зависи струја  
 крајњег снага  $I_{sc}$  (3).

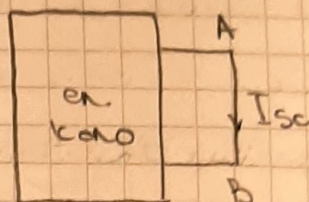
Та слика 4 је изведена Тевенинова теорема иже је  
 еквивалентно као (без потрошача) заменити еквивалент-



1

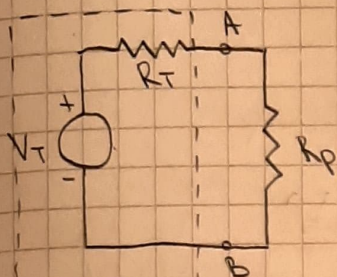


2



3

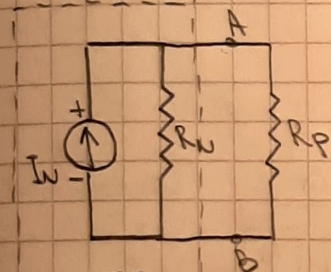
Свим напонским извором  $V_T$  и серијски безатним отпор



4

ником  $R_T$ . Пређењем као са слика 1, 2 и 3 и са слике 4, види се да су струја кроз напонич и напон на напоничу иста ако је:

$$V_T = V_{oc} \text{ и } R_T = \frac{V_{oc}}{I_{sc}}$$



5

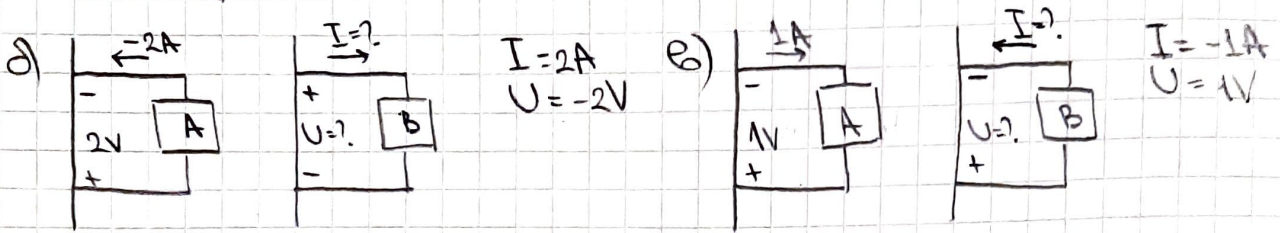
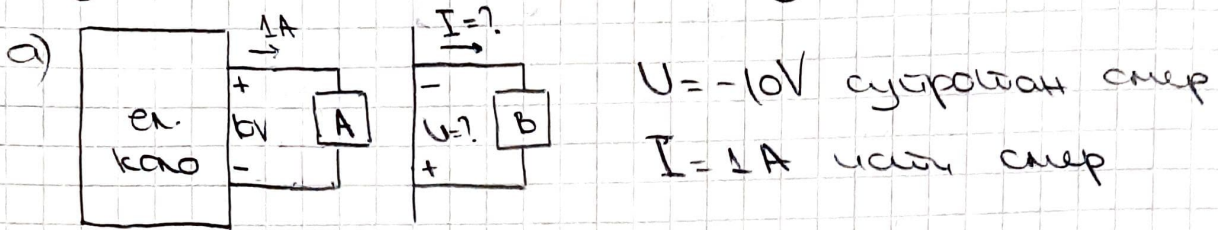
На слици 5 је то Нортоновој теорему комитентно као ( без напонича) зменено еквивалентним струјним извором  $I_N$  и паралелно безатним отпорником  $R_N$ . Пређењем као са слика 1, 2, 3 и слике 5 види се да су струја и напон кроз напонич једнаки ако је:

$I_N = I_{sc}$  и  $R_N = \frac{V_{oc}}{I_{sc}}$ .

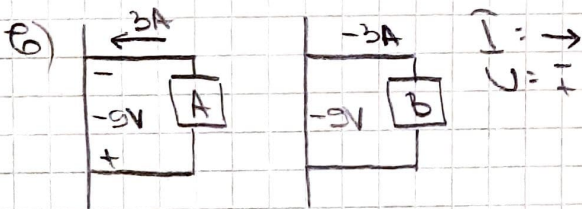
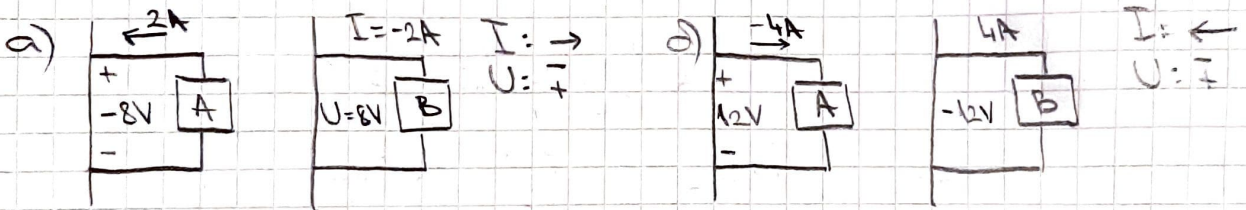
Свеукупно најлакши начин одређења параметара је када у колу има само независних извора (нема зависних), и тада се рачунање  $R_T$  и  $R_N$  улаћује. Уместо напонича на крајеве А и В се прикључи напонски генератор  $V_T$ , независни извори у колу се анулирају по правилима, одређује се струја кроз овај генератор  $I_T$ , па је  $R_T = \frac{V_T}{I_T}$ . Исто се може одређити струјни уместо напонича генератор, ако је исто важеће улаћује.

Задание:

1) Определить направление вращающего момента  $U$  и силы  $I$  за две последовательные операции, если элемент  $B$  уже эквивалентен элементу  $A$ .

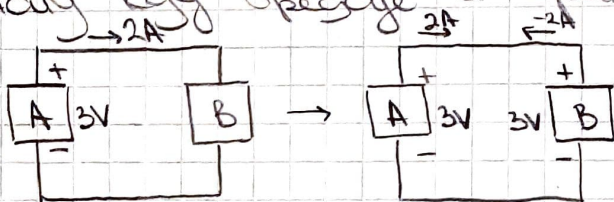


2) Определить направление силы  $-I$ .



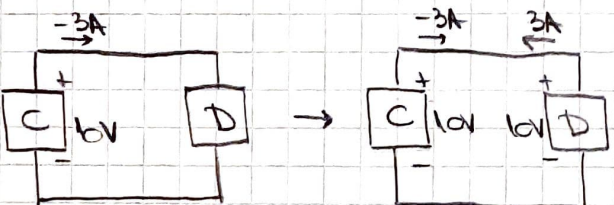
3) За каждую из элементов  $A, B, C$  и  $D$  определить

свою мощность  $P$  и направление  $U$  и  $I$ .



$P_A = 3V \cdot 2A = 6W \rightarrow$  отдаёт,  
а  $U$  и  $I$  —  $-6W$

$P_B = 3V \cdot (-2A) = -6W$ , а  $U$  и  $I$  —  $6W$



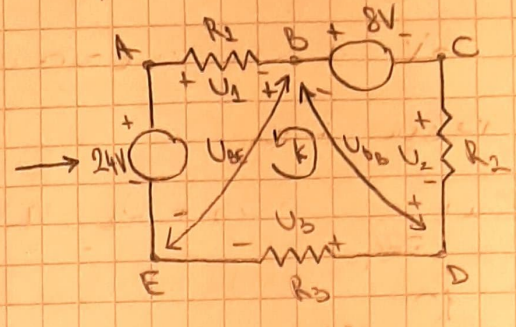
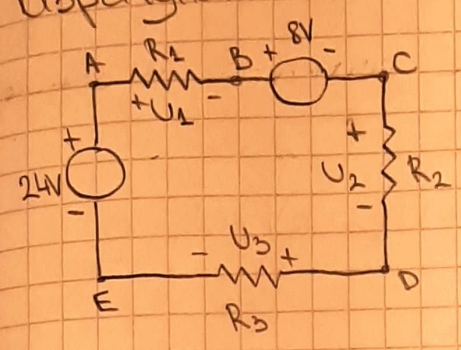
$P_C = -3A \cdot 10V = -30W$ , а  $U$  и  $I$  —  $30W$

$P_D = 3A \cdot 10V = 30W$ , а  $U$  и  $I$  —  $-30W$



4) Za koliko će ampera je postavio  $U_1 = 9V$  u  $U_2 = 5V$ .

Upravljanu Hatone  $U_3, U_{BE}$  u  $U_{DB}$ .



$$BE: U_3 + U_2 + 8V = 24V - U_1 = 15V = U_{BE}$$

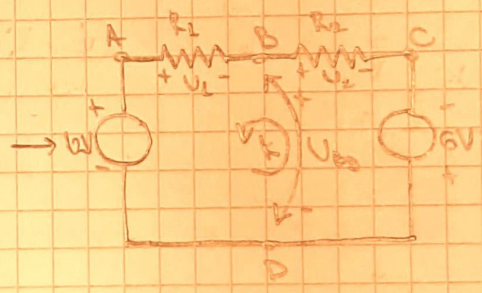
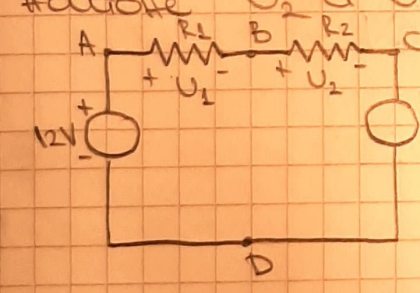
$$DB: -8V - U_2 = -13V = U_{DB}$$

$$U_3 + U_2 + 8V + U_1 - 24V = 0$$

$$U_3 = 2V$$

5) Za koliko će ampera je postavio  $U_1 = 4V$ . Upravljanu

Hatone  $U_2$  u  $U_{BD}$ .



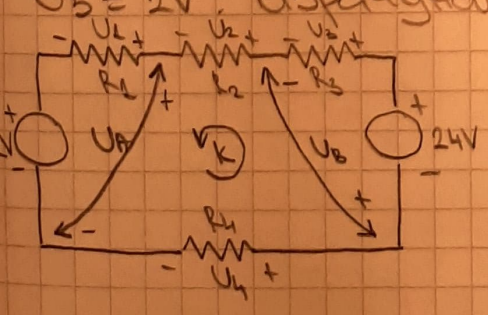
$$-6V + U_2 + U_1 - 12V = 0$$

$$U_2 = 14V$$

$$U_{BD} = -6V + U_2 = 8V$$

6) Za koliko će ampera je postavio  $U_1 = 1V, U_2 = 4V$  u

$U_3 = 2V$ . Upravljanu Hatone  $U_4, U_A$  u  $U_B$ .



$$U_4 + 24V - U_3 - U_2 - U_1 - 12V = 0$$

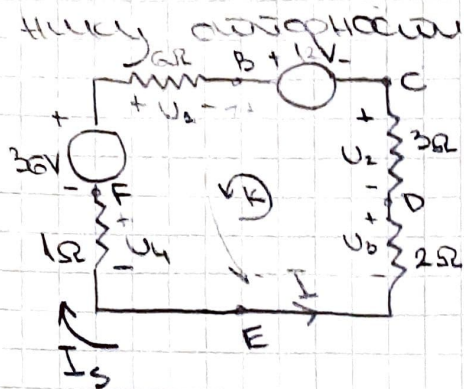
$$U_4 + 12V - 7V = 0$$

$$U_4 = -5V$$

$$U_A = 12V + U_1 = 13V$$

$$U_B = 24V - U_3 = 22V$$

① а) За колор са савике употребљени струју  $I$ , напон  $U_{BE}$  и  $U_{FD}$ , снагу коју прегреје идеални напонски извор од  $36V$  и снагу која се дисипира на отпорнику од  $3\Omega$ .



$$U_0 + U_2 + 12V + U_1 - 36V - U_4 = 0$$

$$U_3 = -I \cdot R_3$$

$$U_2 = -I R_2$$

$$U_1 = -I R_1$$

$$U_4 = I R_4$$

$$I \cdot 2\Omega + I \cdot 3\Omega + I \cdot 6\Omega + I \cdot 1\Omega = 24V$$

$$I = 2A \quad I_s = -2A$$

$$U_3 = -4V, \quad U_4 = 2V, \quad U_1 = -12V, \quad U_2 = -6V$$

$$U_{BE} = I_s \cdot 1\Omega + 36V + I_s \cdot 6\Omega = -2V + 36V - 12V = 22V$$

$$U_{FD} = -I \cdot 1\Omega - I \cdot 2\Omega = -2V - 4V = -6V$$

$$P_{36V} = 36V \cdot I = 72W \quad ?$$

$$P_{3\Omega} = 3\Omega \cdot (2A)^2 = 12W$$

а) уместо  $12V$  и  $72W$

$$U_3 = -I \cdot 2\Omega$$

$$I \cdot 2\Omega + I \cdot 3\Omega + 72V + I \cdot 6\Omega - 36V + I \cdot 1\Omega = 0$$

$$U_2 = -I \cdot 3\Omega$$

$$36V = 12\Omega \cdot I$$

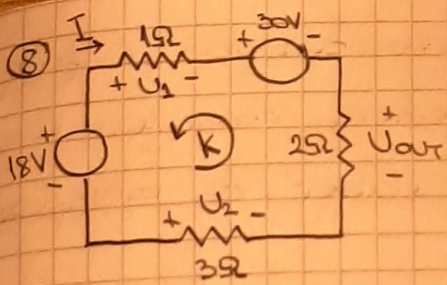
$$U_1 = -I \cdot 6\Omega$$

$$I = 3A$$

$$U_4 = I \cdot 1\Omega$$

$$U_3 + U_2 + 72V + U_1 - U_4 - 36V = 0$$

$$U_{BE} = I \cdot 2\Omega + I \cdot 3\Omega + 72V =$$



3a kolono sa sniuke uopratyhanu  
 snopyu I, naitch Uout, kao u choty  
 koly upregaje ugeamnu naitchcku re-  
 terator og 30V.

$$-U_2 + U_{out} + 30V + U_1 - 18V = 0$$

$$U_1 = I \cdot 1\Omega$$

$$U_2 = -I \cdot 3\Omega$$

$$U_{out} = I \cdot 2\Omega$$

$$I \cdot 3\Omega + I \cdot 2\Omega + 30V + I \cdot 1\Omega - 18V = 0$$

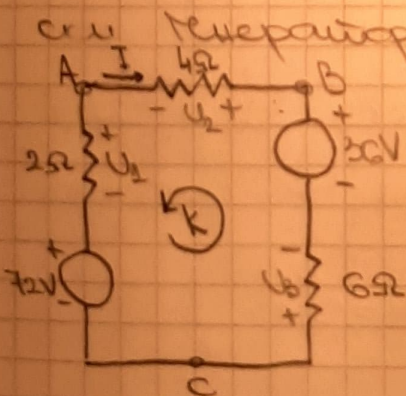
$$I \cdot 6\Omega = -12V$$

$$I = -2A$$

$$U_{out} = -4V$$

$$P_{30V} = -(-2A) \cdot 30V = 60W$$

9) 3a kolono sa sniuke uopratyhanu: snopyu I, naitche  
 Uac u Ucb, choty koja ce zuchitno na autoprnyu  
 autoprnyu 6Ω u choty koly upregaje ugeamnu naitch-  
 cknu teriator og 36V.



$$U_2 - 36V + U_3 + 72V + U_1 = 0$$

$$U_1 = -I \cdot 2\Omega$$

$$U_2 = -I \cdot 4\Omega$$

$$U_3 = -I \cdot 6\Omega$$

$$-I \cdot 4\Omega - 36V - I \cdot 6\Omega + 72V - I \cdot 2\Omega = 0$$

$$I \cdot 12\Omega = 36V$$

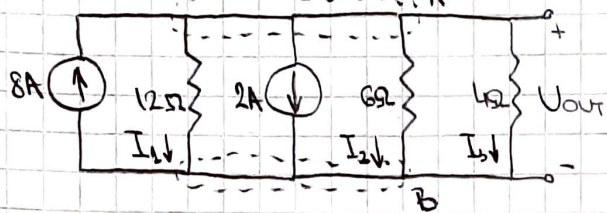
$$I = 3A$$

$$U_{AC} = 72V - I \cdot 2\Omega = 66V$$

$$U_{CB} = -36V - I \cdot 6\Omega = -54V$$

$$P_{6\Omega} = I^2 \cdot R = 54W \quad P_{36V} = -3A \cdot 36V = -108W$$

11) a) Za kolo sa slike izračunajte napon  $U_{out}$ , struju  $I_1, I_2$  u  $I_3$ , snagu koju predaje ugrađeni otpornik te faktor od 2A u snagu koja se gubi na otporniku od  $4\Omega$ .



$$A: 8A - I_1 - 2A - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_3 = \frac{U_{out}}{4\Omega}$$

$$I_2 = \frac{U_{out}}{6\Omega}$$

$$I_1 = \frac{U_{out}}{12\Omega}$$

$$6A = \frac{6U_{out}}{12\Omega}$$

$$U_{out} = 12V \quad I_1 = 1A \quad I_2 = 2A \quad I_3 = 3A$$

$$P_{2A} = -2A \cdot 12V = -24W$$

$$P_{4\Omega} = -3A \cdot (-3A) \cdot 4\Omega = 36W$$

b) umesto 2A ugr 20A

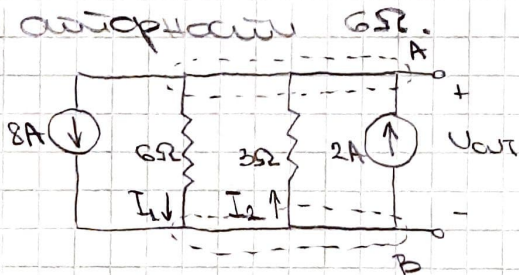
$$B: I_1 + 20A + I_2 + I_3 - 8A = 0$$

$$-12A = \frac{6U_{out}}{12\Omega} \quad U_{out} = -24V \quad I_1 = -2A \quad I_2 = -4A \quad I_3 = -6A$$

$$P_{20A} = -20A \cdot (-24V) = 480W$$

$$P_{4\Omega} = (-6A)^2 \cdot 4\Omega = 144W$$

12) Za kolo sa slike izračunajte napon  $U_{out}$ , struju  $I_1$  u  $I_2$  u snagu koja se gubi na otporniku od  $6\Omega$ .



$$A: I_2 + 2A - I_1 - 8A = 0$$

$$I_1 = \frac{U_{out}}{6\Omega}$$

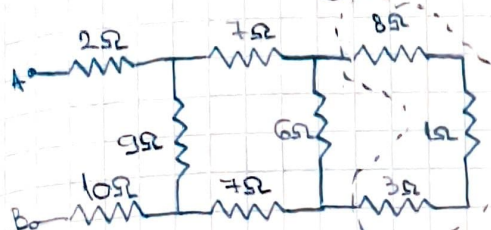
$$I_2 = -\frac{U_{out}}{3\Omega}$$

$$-\frac{U_{out}}{3\Omega} - \frac{U_{out}}{6\Omega} = 6A$$

$$-\frac{3U_{out}}{6\Omega} = 6A \quad U_{out} = -12V$$

$$I_1 = -2A \quad I_2 = 4A \quad P_{6\Omega} = (-2A)^2 \cdot 6\Omega = 24W$$

14) За како са може одредити еквивалентни отпор  
 и како усмету тачака A и B.



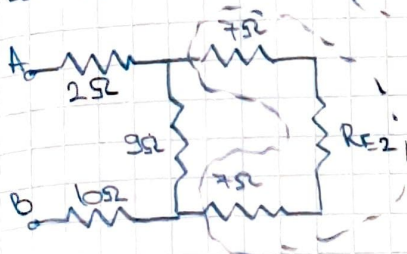
$$R_{E1} = 8\Omega \oplus 1\Omega \oplus 3\Omega = 12\Omega$$

$$R_{E2} = 6\Omega \parallel 12\Omega = \frac{12\Omega \cdot 6\Omega}{12\Omega + 6\Omega} = 4\Omega$$

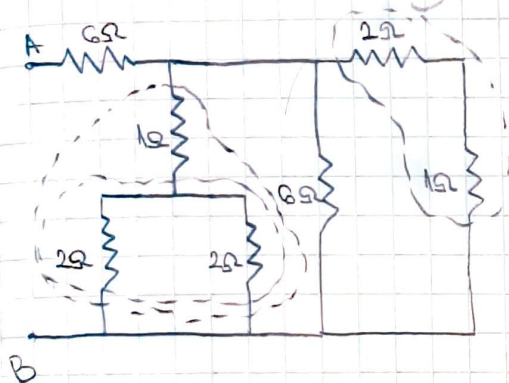
$$R_{E3} = 7\Omega \oplus R_{E2} \oplus 7\Omega = 18\Omega$$

$$R_{E4} = R_{E3} \parallel 9\Omega = 6\Omega$$

$$R_{E5} = 2\Omega \oplus R_{E4} \oplus 10\Omega = 18\Omega$$



15) За како са може одредити еквивалентни от-  
 пори како усмету тачака A и B.



$$R_{E1} = 2\Omega \parallel 2\Omega = 1\Omega$$

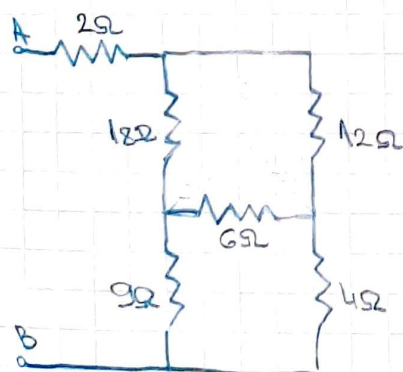
$$R_{E2} = 2\Omega \oplus 1\Omega = 3\Omega$$

$$R_{E3} = 1\Omega \oplus 1\Omega = 2\Omega$$

$$R_{E4} = 3\Omega \parallel R_{E2} \parallel R_{E3} = \\ = 2\Omega \parallel R_{E3} = 1\Omega$$

$$R_E = 6\Omega \oplus R_{E4} = 7\Omega$$

16) За како са може одредити еквивалентни от-  
 пори како усмету тачака A и B.



$$R_1 = \frac{18\Omega \cdot 12\Omega}{18\Omega + 6\Omega + 12\Omega} = \frac{216\Omega^2}{36\Omega} = 6\Omega$$

$$R_2 = \frac{18\Omega \cdot 6\Omega}{36\Omega} = 3\Omega$$

$$R_3 = \frac{12\Omega \cdot 6\Omega}{36\Omega} = 2\Omega$$

$$R_{E1} = R_2 \oplus 9\Omega = 12\Omega$$

$$R_{E2} = R_3 \oplus 4\Omega = 6\Omega$$

$$R_{E3} = R_{E1} \parallel R_{E2} = \frac{12\Omega \cdot 6\Omega}{18\Omega} = 4\Omega$$

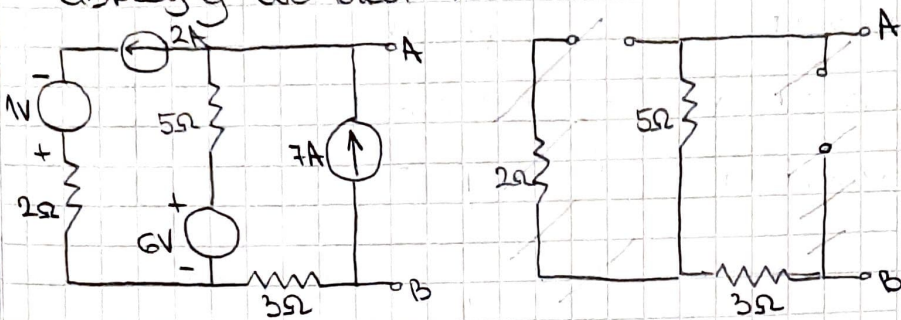
$$R_{E4} = R_{E3} \oplus R_4 = 10\Omega$$

$$R_E = R_{E4} \oplus 2\Omega = 12\Omega$$



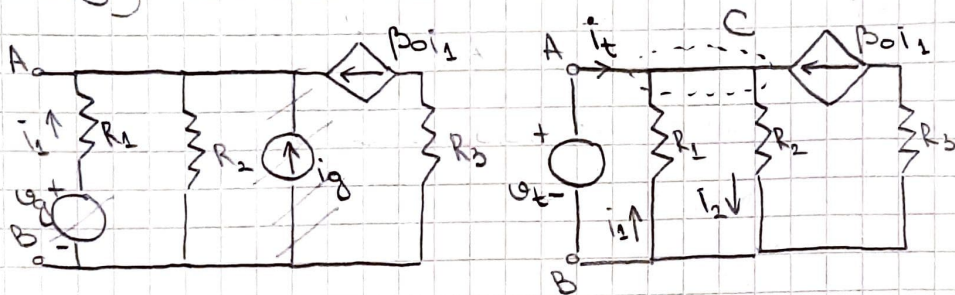
17) Za koliko sa snike odgovaraju ekvivalentnu otpornost

izmedju tackara A u B.



$$R_E = 5\Omega + 3\Omega = 8\Omega$$

18) Za kao sa snike su poznati parametri  $\beta_0, \beta_1, R_1, R_2, R_3$ . Odredi ekvivalentnu otpornost izmedju tackara A u B.



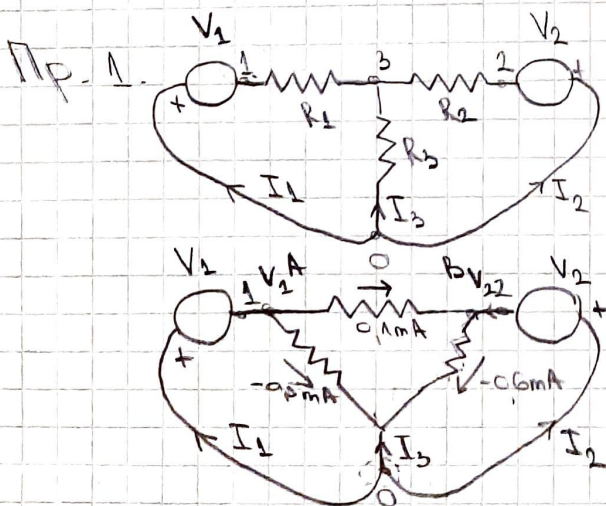
$$R_E = \frac{U_t}{i_t} \quad C = i_t + i_1 - i_2 + \beta_0 i_1 = 0$$

$$i_1 = -\frac{U_t}{R_1} \quad i_2 = \frac{U_t}{R_2}$$

$$i_t - \frac{U_t}{R_1} - \frac{U_t}{R_2} - \beta_0 \frac{U_t}{R_1} = 0$$

$$i_t = U_t \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{\beta_0}{R_1} \right)$$

$$R_E = \frac{U_t}{i_t} = \frac{1}{\frac{\beta_0 + 1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$



Uako je u tacku 0 razlika  
 Ne sme se odignuti npr  
 preobratiti u kupajico  
 jer da se otkriva usljedna  
 strujanja  $I_3$

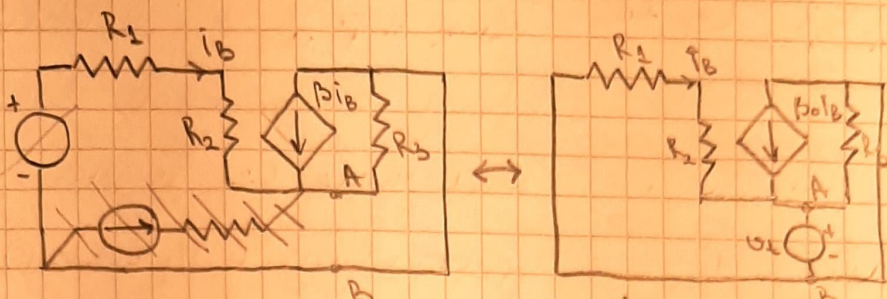
$$R_1 = R_2 = R_3 \Rightarrow R_{12} = R_{13} = R_{23} = 3k\Omega$$

$$A: I_1 - 0,1mA + 0,5mA = 0 \quad I_1 = 0,4mA$$

$$B: I_2 + 0,6mA + 0,1mA = 0 \quad I_2 = -0,7mA$$

$$C: I_3 - 0,5mA - 0,6mA = 0 \quad I_3 = 1,1mA$$

Пр. 2.



$$A: i_B + \beta i_B - i_B + i_t = 0$$

$$i_B = \frac{U_t}{R_3}$$

$$i_B = -\frac{U_t}{R_1 + R_2}$$

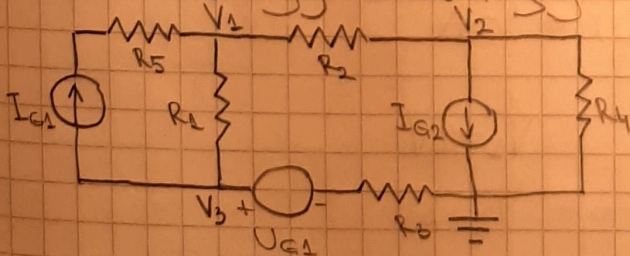


$$-\frac{U_t(\beta+1)}{R_1+R_2} - \frac{U_t}{R_3} = -i_t$$

$$i_t = \frac{U_t(R_1+R_2) + U_t R_3(\beta+1)}{(R_1+R_2)R_3}$$

$$R_E = \frac{(R_1+R_2)R_3}{R_1+R_2+R_3(\beta+1)}$$

19) За како са амке су одређени параметри  $U_{G1}$ ,  $I_{G1}$ ,  $I_{G2}$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_4$ . Напоменути систем решити тако да методу гавенујана уврста за ово коло.

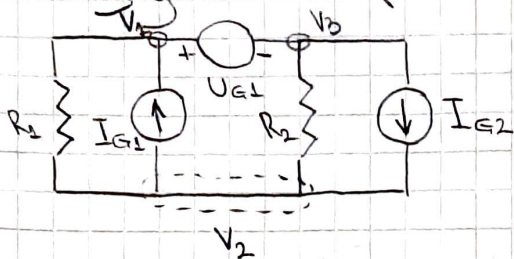


$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + 0\right)V_1 - V_2\left(\frac{1}{R_2}\right) - V_3\left(\frac{1}{R_1} + 0\right) = I_{G1}$$

$$-V_1\left(\frac{1}{R_2}\right) + V_2\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + 0\right) - V_3(0) = -I_{G2}$$

$$-V_1\left(\frac{1}{R_1}\right) - V_2(0) + V_3\left(0 + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{0+R_3}\right) = -I_{G1} + \frac{U_{G1}}{R_3}$$

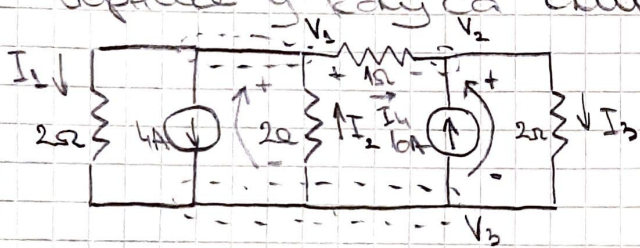
20) Za kako sa slike su poznati parametri  $U_{G1}, I_{G1}, R_1$  i  $R_2$ . Nađite ovaj sistem jednačina po metodu superpozicijom uvorova za ovo kao.



$V_3$  se uzima za referentni uvor jer je na istom voltazu kao i pozitivni terminal generisatora  $U_{G1}$ , čime se jedna jednačina uprošćuje ( $V_1 = U_{G1}$ )

$$-V_1 \left(0 + \frac{1}{R_1}\right) + V_2 \left(\frac{1}{R_1} + 0 + \frac{1}{R_2} + 0\right) = -I_{G1} + I_{G2}$$

21) Primetom metoda superpozicijom uvorova odgovarajuće svih uvorova u struje kroz sve odvojnike u kolu sa slike.



$V_3$  je masa  
 $V_3 = 0$

$$V_1 = V_1 \left(\frac{1}{2\Omega} + 0 + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{1\Omega}\right) - V_2 \left(\frac{1}{1\Omega}\right) = -4A$$

obe pravodnosti u prate odgovarajuće sa  $V_1$  ukaze sa odgovarajućim predznakom

uzmeš  $V_1$  u  $V_2$  ukaze sa negativnim predznakom

$$V_2 = -V_1 \left(\frac{1}{1\Omega}\right) + V_2 \left(\frac{1}{1\Omega} + 0 + \frac{1}{2\Omega}\right) = 10A$$

$$\begin{aligned} V_1 \cdot 2S - V_2 \cdot 1S &= -4A & V_1 &= 2V \\ -V_1 \cdot 1S + V_2 \cdot 1,5S &= 10A & V_2 &= 8V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{13} &= V_1 - V_3 = 2V \\ V_{23} &= V_2 - V_3 = 8V \\ V_{12} &= V_1 - V_2 = -6V \end{aligned}$$



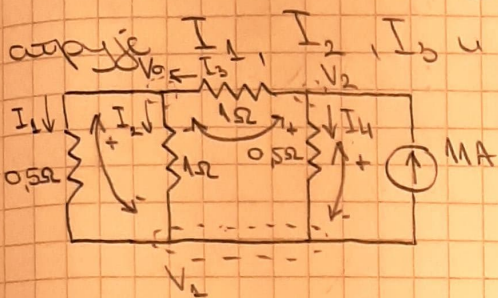
$$I_1 = \frac{2V}{2\Omega} = 1A$$

$$I_2 = \frac{2V}{-2\Omega} = -1A$$

$$I_3 = \frac{8V}{2\Omega} = 4A$$

$$I_4 = \frac{-6V}{1\Omega} = -6A$$

22) Примена метода потенцијална чворова коришћена  
 струје  $I_1, I_2, I_3$  и  $I_4$  у кау са слике.



$$V_1 = V_1 \left( \frac{1}{0.5\Omega} + \frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{0.5\Omega} + 0 \right) - V_2 \left( \frac{1}{0.5\Omega} + 0 \right) = -11A$$

$$V_2 = -V_1 \left( \frac{1}{0.5\Omega} + 0 \right) + V_2 \left( 0 + \frac{1}{0.5\Omega} + \frac{1}{1\Omega} \right) = 11A$$

$$V_1 \cdot 5S - V_2 \cdot 2S = -11A$$

$$-V_1 \cdot 2S + V_2 \cdot 3S = 11A$$

$$3S \cdot V_1 + 1S \cdot V_2 = 0$$

$$V_2 = -3V_1$$

$$V_1 \cdot 5S + 3 \cdot 2S \cdot V_1 = -11A$$

$$V_1 = -1V \quad V_2 = 3V$$

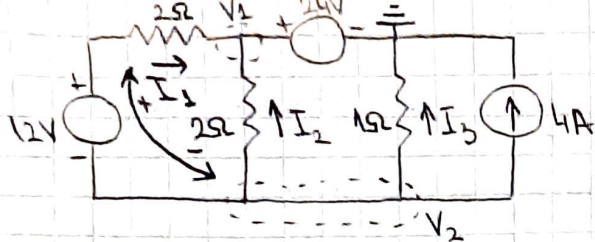
$$I_1 = \frac{V_0 - V_1}{0.5\Omega} = 2A$$

$$I_2 = \frac{V_0 - V_1}{1\Omega} = 1A$$

$$I_3 = \frac{V_2 - V_0}{1\Omega} = 3A$$

$$I_4 = \frac{V_2 - V_1}{0.5\Omega} = 8A$$

23) Примена методе потенцијална чворова коришћена  
 потенцијале свих чворова и струје кроз све одво-  
 жике у кау са слике.



$$V_1 = 24V$$

$$V_2 = -V_1 \left( \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{2\Omega+0} \right) + V_2 \left( \frac{1}{2\Omega+0} + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{1\Omega} + 0 \right) = -4A \cdot \frac{1}{2\Omega}$$

$$-24V \cdot 1S + V_2 \cdot 2S = -10A$$

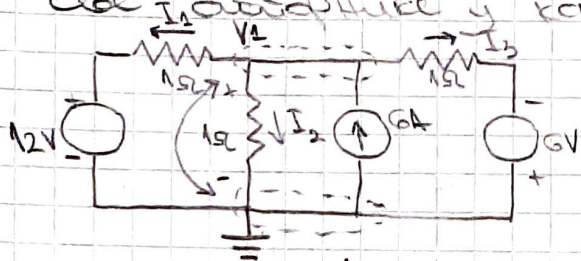
$$V_2 = \frac{14A}{2S} = 7V$$

$$I_1 = \frac{V_1 - (V_2 + 12V)}{-2\Omega} = -2,5A$$

$$I_2 = \frac{V_1 - V_2}{-2\Omega} = -8,5A$$

$$I_3 = \frac{0 - V_2}{-1\Omega} = 7A$$

24) Применим метод потенциалов к каждому из источников тока и определим потенциалы всех узлов и определим токи в ветвях цепи.



$$V_1 = V_1 \left( \frac{1}{1\Omega+0} + \frac{1}{1\Omega} + 0 + \frac{1}{1\Omega} \right) = 6A \cdot \frac{1}{1\Omega} + \frac{12V}{1\Omega} - \frac{6V}{1\Omega}$$

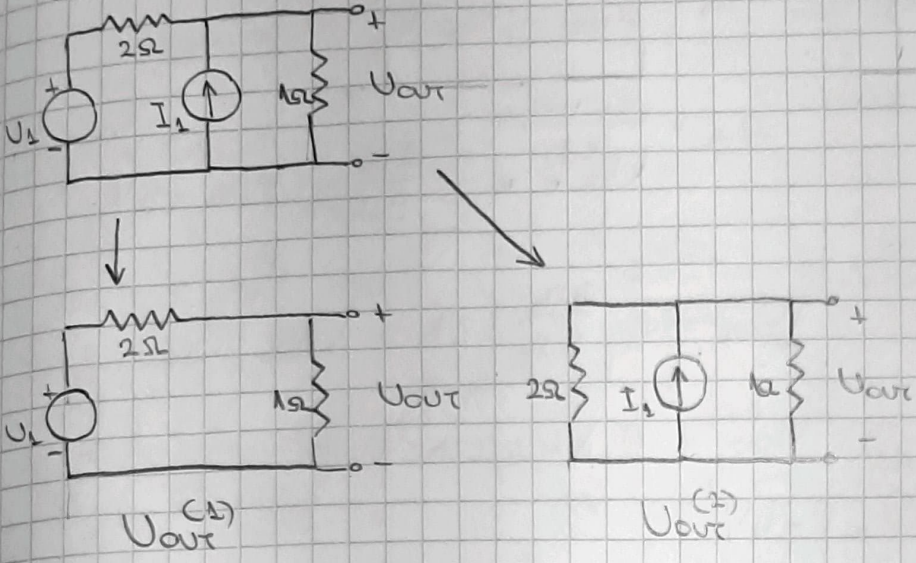
$$V_1 \cdot 3S = 12A \quad V_1 = 4V$$

$$I_1 = \frac{V_1 - (0 + 12V)}{1\Omega} = -8A$$

$$I_2 = \frac{V_1}{1\Omega} = 4A$$

$$I_3 = \frac{V_1 - (0 - 6V)}{1\Omega} = 10A$$

25) Примените метод суперпозиции для определения напряжения  $U_{out}$  у концы цепи. Считайте что  $U_1$  и  $I_1$  — известные параметры.

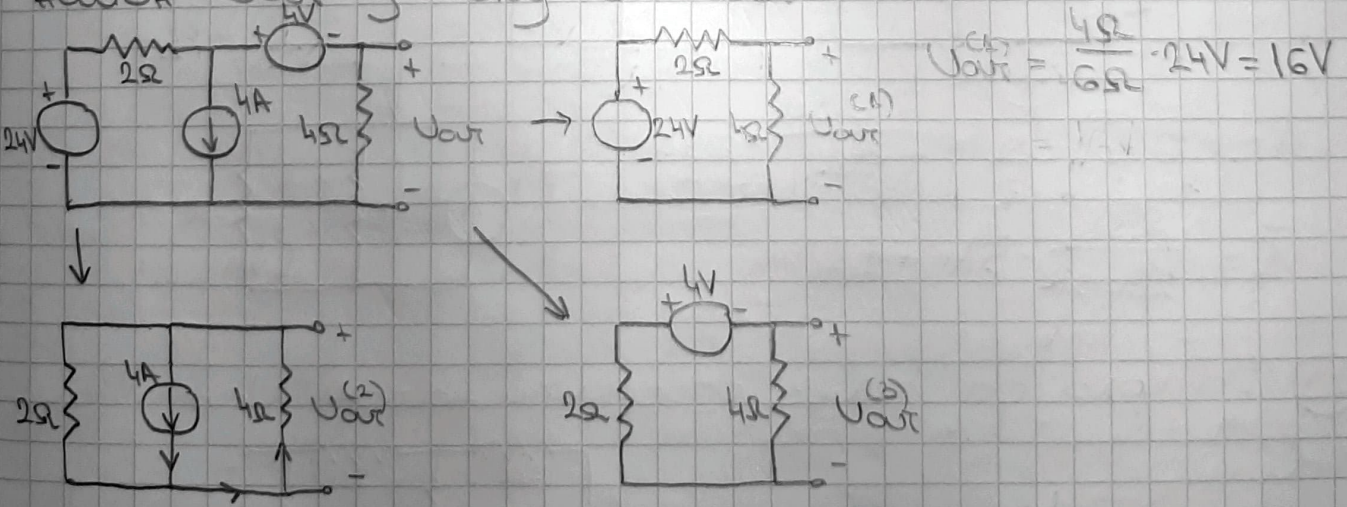


$$U_{out} = U_{out} \Big|_{I_1 \rightarrow \text{OFF}} + U_{out} \Big|_{U_1 \rightarrow \text{OFF}} = U_{out}^{(1)} + U_{out}^{(2)}$$

$$U_{out}^{(1)} = \frac{1\Omega}{1\Omega + 2\Omega} \cdot U_1 = \frac{U_1}{3} \quad I_{out} = \frac{2\Omega}{1\Omega + 2\Omega} I_1 = \frac{2}{3} I_1$$

$$U_{out}^{(2)} = 1\Omega \cdot \frac{2}{3} I_1 = \frac{2}{3} \Omega \cdot I_1$$

26) Примените метод суперпозиции для определения напряжения  $U_{out}$  у концы цепи.



$$U_{out}^{(1)} = \frac{4\Omega}{6\Omega} \cdot 24V = 16V$$

$$I_{out}^{(2)} = \frac{2\Omega}{6\Omega} \cdot 4A = \frac{4}{3} A$$

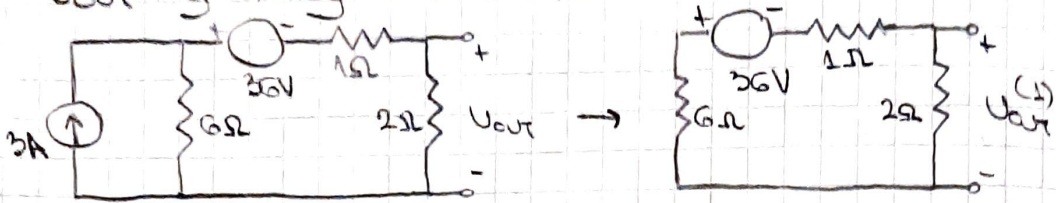
$$U_{out}^{(3)} = -\frac{4\Omega}{6\Omega} \cdot 4V = -\frac{8}{3} V$$

$$U_{out}^{(2)} = -4\Omega \cdot \frac{4}{3} A = -\frac{16}{3} V$$

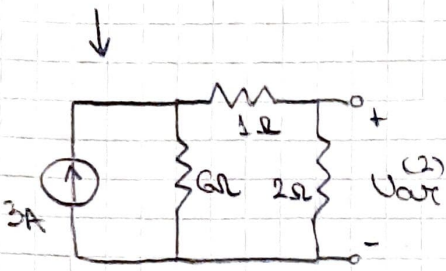
$$U_{out} = U_{out}^{(1)} + U_{out}^{(2)} + U_{out}^{(3)} = 8V$$

27) Применим метод суперпозиције одређујемо

$U_{out}$  у кажу са круже.



$$U_{out}^{(1)} = - \frac{2\Omega}{9\Omega} \cdot 36V = -8V$$

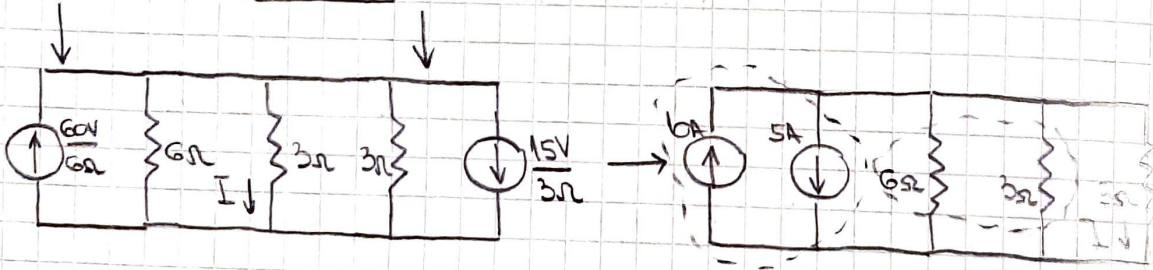
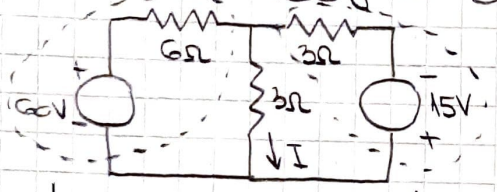


$$I_{out}^{(2)} = + \frac{6\Omega}{9\Omega} \cdot 3A = 2A$$

$$U_{out}^{(2)} = 2A \cdot 2\Omega = 4V$$

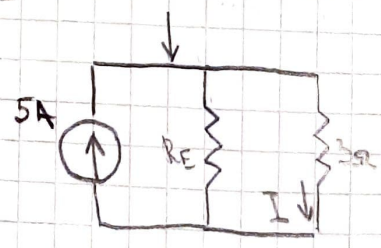
$$U_{out} = U_{out}^{(1)} + U_{out}^{(2)} = -4V$$

28) Применим метод трансформације изворајемо струју  $I$  у кажу са круже.



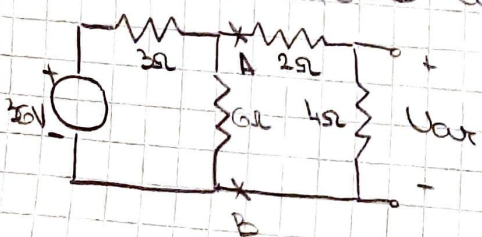
$$R_E = 6\Omega \parallel 3\Omega = \frac{6\Omega \cdot 3\Omega}{9\Omega} = 2\Omega$$

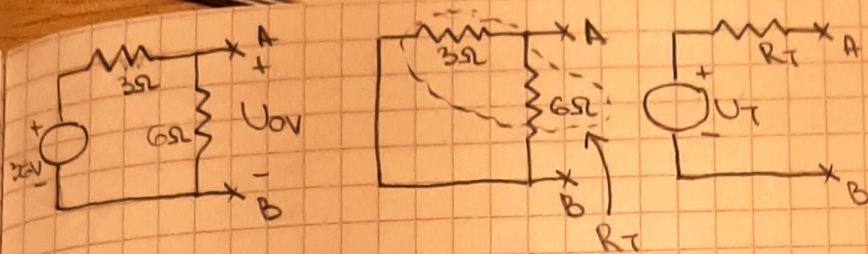
$$I = \frac{2\Omega}{2\Omega + 3\Omega} \cdot 5A = 2A$$



29) За коно са круже одређујемо вредност  $U_{out}$  примењом:

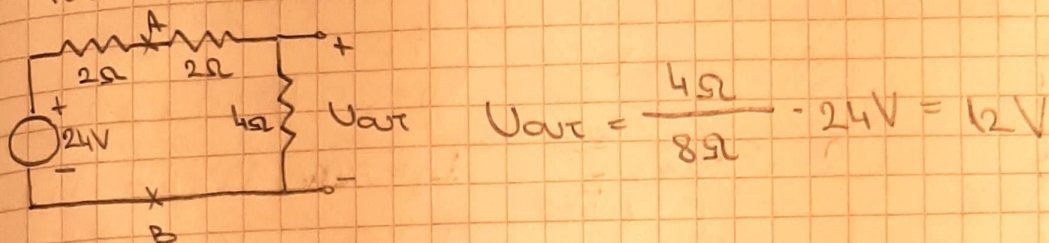
а) Методом суперпозиције





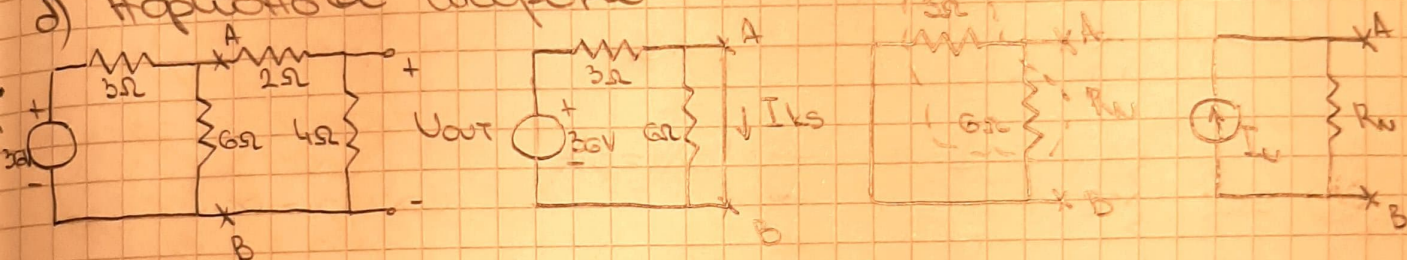
$$U_T = U_{OV} = \frac{6\Omega}{9\Omega} \cdot 36V = 24V$$

$$R_T = 6\Omega \parallel 3\Omega = \frac{6\Omega \cdot 3\Omega}{9\Omega} = 2\Omega$$



$$U_{OVT} = \frac{4\Omega}{8\Omega} \cdot 24V = 12V$$

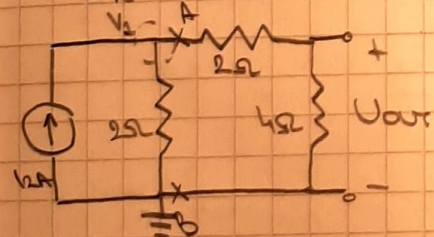
д) Нормированное изображение



$$I_{k5} \cdot 3\Omega - 36V = 0$$

$$R_N = 6\Omega \parallel 3\Omega = 2\Omega$$

$$I_N = I_{k5} = 12A$$



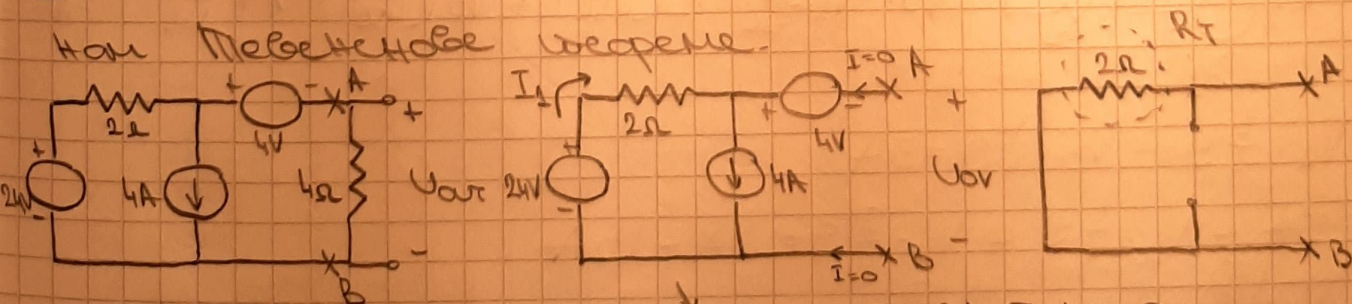
$$V_1 = V_1 \left( 0 + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{2\Omega + 4\Omega} \right) = 12A$$

$$V_1 = 12A \cdot \frac{6}{4} \Omega = 18V$$

$$U_{OVT} = \frac{4\Omega}{4\Omega + 2\Omega} V_1 = 12V$$

30) За что са сликке одређити наћић  $U_{OVT}$  црпне-

Нон Невелетенове теореме

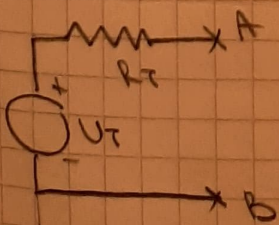


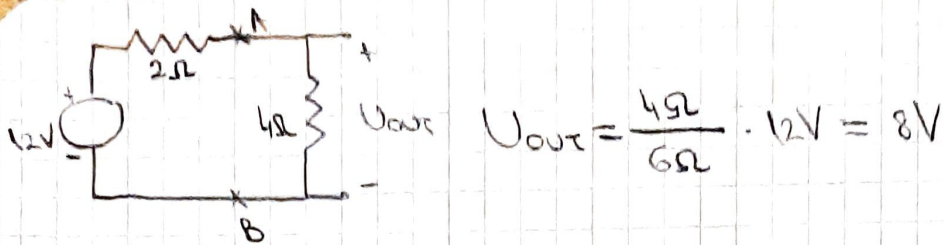
$$I_1 = 4A$$

$$U_T = U_{OV} = 24V - I_1 \cdot 2\Omega - 4V = 12V$$

$$R_T = 2\Omega$$

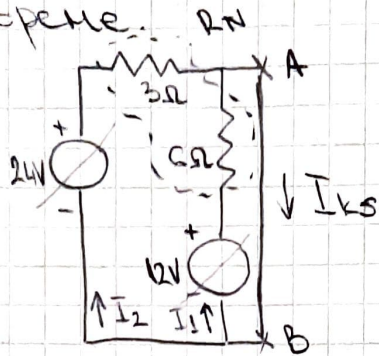
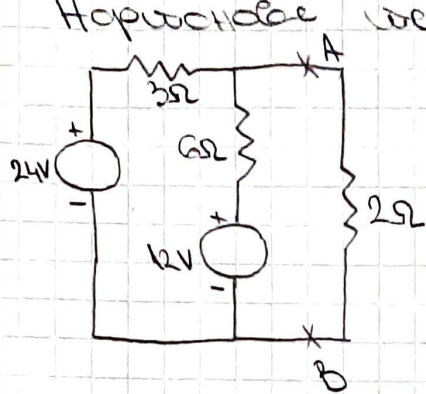
Наћић црпнећ кога одређитић





$$U_{out} = \frac{4\Omega}{6\Omega} \cdot 12V = 8V$$

31) Za kolo sa slike odrediti snagu koja se gubi u otporniku od 2Ω primenom Nortonove metode.

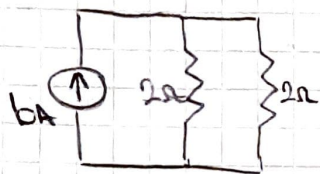


$$R_N = 6\Omega \parallel 3\Omega = 2\Omega$$

$$I_1 \cdot 6\Omega - 12V = 0 \quad I_1 = 2A$$

$$I_2 \cdot 3\Omega - 24V = 0 \quad I_2 = 8A$$

$$I_{ks} = I_N = I_1 + I_2 = 10A$$

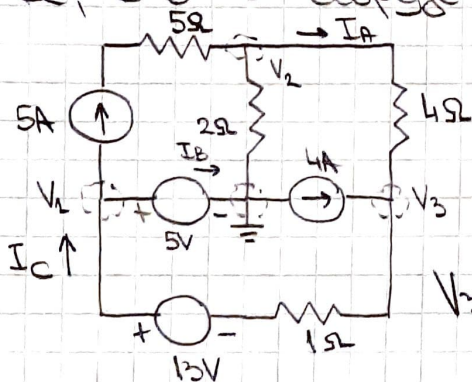


$$I_1 = \frac{2\Omega}{4\Omega} \cdot 10A = 5A$$

$$P_{2\Omega} = I^2 \cdot 2\Omega = 50W$$

Nortonova struja je 10A ka A, a otpornik od 2Ω je u kolu u kome se traži snaga.

32) a) Primetom metode potencijala u prvom i drugom stepenu odrediti snagu u otporniku od 4Ω, kao i struje  $I_A$ ,  $I_B$  i  $I_C$ .



$$V_1 = 5V$$

$$V_2 = V_2 \left( 0 + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{4\Omega} \right) - V_3 \left( \frac{1}{4\Omega} \right) = 5A$$

$$V_3 = -V_1 \cdot \frac{1}{1\Omega} - V_2 \left( \frac{1}{4\Omega} \right) + V_3 \left( \frac{1}{4\Omega} + 0 + \frac{1}{1\Omega} \right) = 4A - \frac{13}{4}V_2$$

$$V_2 \cdot \frac{3}{4}S - V_3 \cdot \frac{1}{4}S = 5A$$

$$-5A - V_2 \cdot \frac{1}{4}S + V_3 \cdot \frac{5}{4}S = 4A - 13A$$

$$V_2 \cdot \frac{1}{4}S = 4A + V_3 \cdot \frac{5}{4}S$$

$$12A + V_3 \cdot \frac{15}{4}S - V_3 \cdot \frac{1}{4}S = 5A$$

$$V_3 \cdot \frac{14}{4}S = -7A \quad V_3 = -2V \quad V_2 = 6V$$

$$I_A = \frac{V_2 - V_3}{4\Omega} = 2A$$

$$I_C = \frac{V_3 - (V_1 - 13V)}{1\Omega} = 6A$$

$$I_B = I_C - 5A = 1A$$

д) Користећем резултата из претходне тачке, за сваки од генератора израчунајте снагу коју прегледа.

$$P_{13V} = I_C \cdot 13V = 78W$$

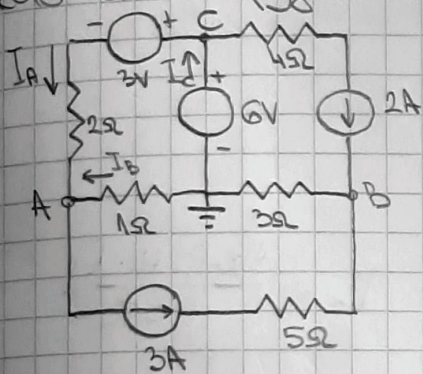
$$P_{5V} = -I_B \cdot 5V = -5W$$

$$P_{4A} = 4A (V_3 - 0) = -8W$$

$$P_{5A} = 5A (V_2 - V_1 + 5A \cdot 5\Omega) = 5A \cdot 26V = 130W$$

33) а) Применом методе потенцијала чворова израчунајте потенцијале свих чворова у коју са снаге,

као и струје  $I_A$ ,  $I_B$  и  $I_C$ .



$$V_C = 6V$$

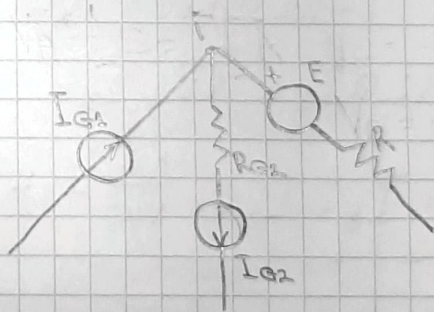
$$A: V_A \left( \frac{1}{1\Omega} + 0 + \frac{1}{2\Omega} \right) - V_C \left( \frac{1}{1\Omega} \right) - V_C \left( \frac{1}{2\Omega} \right) = -3A + \frac{3V}{2\Omega}$$

$$B: -V_B \left( \frac{1}{3\Omega} \right) + V_B \left( \frac{1}{3\Omega} + 0 + 0 \right) - V_C \cdot 0 - V_A \cdot 0 = 2A + 3A$$

$$V_A \cdot \frac{3}{2}S - V_C \cdot \frac{1}{2}S = -\frac{3}{2}A$$

$$V_B \cdot \frac{1}{3}S = 5A \quad V_B = 15V$$

$$V_A = -1V = 2V$$



$$I^{(1)} = \sum I_{G1}, I_{G2}, \frac{E}{R}$$

$+\frac{E}{R}$  ако + дитте чвору,  
у супрацији  $-\frac{E}{R}$