

# Drugi domaći zadatak iz Osnova elektronike

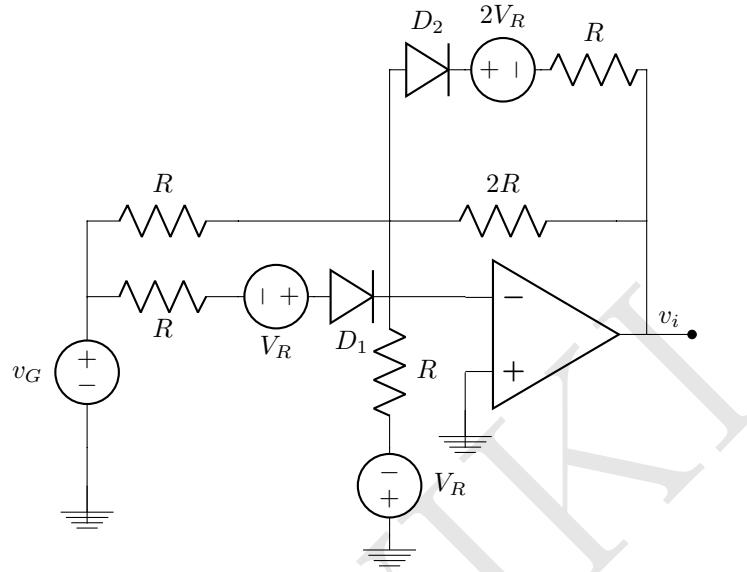
Luka Simić, 19/0368

(verzija za SI Wiki)

SI WIKI

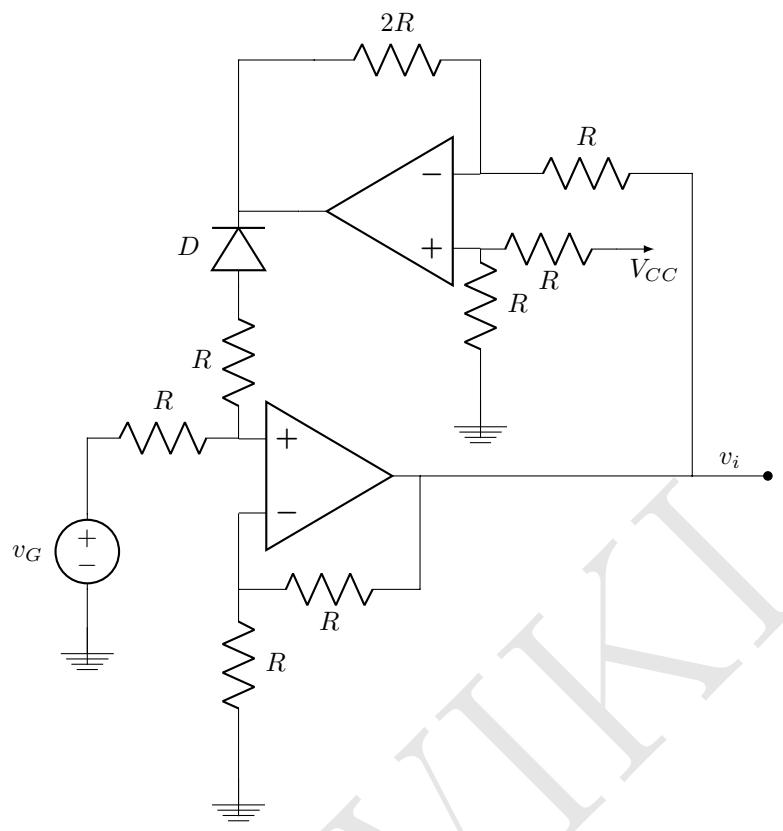
## 1 Postavka

- U kolu sa slike, operacioni pojačavač je idealan i radi u linearnom režimu. Diode su idealne sa  $V_D = 0$ , a poznato je i  $V_R = 2.5V$  i  $R = 10k\Omega$ . Odrediti i nacrtati karakteristiku  $v_i(v_G)$  za opseg ulaznog napona  $-3.5V \leq v_G \leq 3.5V$ .



Slika 1: Kolo u postavci prvog zadatka

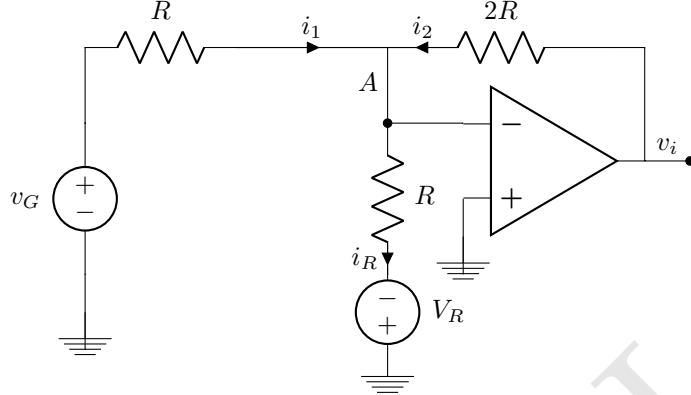
- Operacioni pojačavači u kolu sa slike su idealni i rade u linearnom režimu, dioda  $D$  je idealna sa  $V_D = 0.7V$ , a poznato je i  $V_{CC} = 5V$  i  $R = 10k\Omega$ . Odrediti i nacrtati karakteristiku  $v_i(v_G)$ , ako se ulazni napon menja u granicama  $0 \leq v_G \leq 4V$ .



Slika 2: Kolo u postavci drugog zadatka

## 2 Rešenje

1. Prvo krećemo od pretpostavke  $D_1 - OFF$ ,  $D_2 - OFF$  i dobijamo kolo sa slike 3.



Slika 3: Kolo ekvivalentno kolu sa slike 1 pri pretpostavci  $D_1 - OFF, D_2 - OFF$

Pošto imamo da je napon na + strani operacionog pojačavača jednak naponu na – strani operacionog pojačavača dobijamo da je napon u čvoru  $A$  jednak nuli. Na osnovu toga možemo izračunati  $i_1$ ,  $i_2$  i  $i_R$  kroz taj čvor.

$$i_1 = \frac{v_G - V_A}{R} = \frac{v_G}{R} \quad (1)$$

$$i_2 = \frac{v_i - V_A}{2R} = \frac{v_i}{2R} \quad (2)$$

$$i_R = \frac{V_A - (-V_R)}{R} = \frac{V_R}{R} \quad (3)$$

Iz Kirhoffovog zakona za struje u tom čvoru takođe dobijamo:

$$i_1 + i_2 = i_R \quad (4)$$

Kombinacijom (1), (2), (3) i (4) dobijamo:

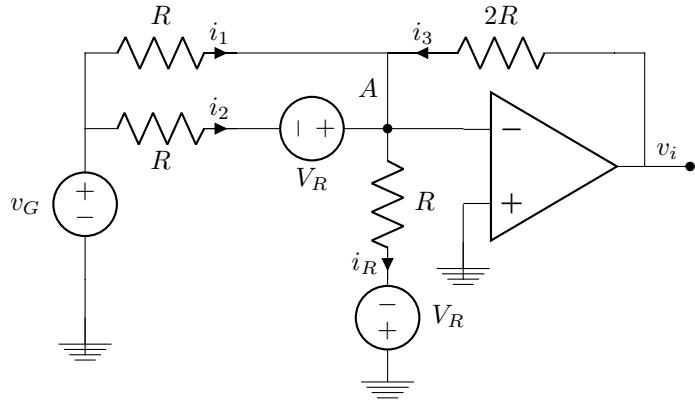
$$\begin{aligned} \frac{v_G}{R} + \frac{v_i}{2R} &= \frac{V_R}{R} \\ v_G + \frac{v_i}{2} &= V_R \\ \boxed{v_i = 2(V_R - v_G)} \end{aligned} \quad (5)$$

Nakon izračunatog  $v_i$  proveravamo uslove za našu pretpostavku.

- $v_{D_1} < 0 \implies v_G + V_R - V_A < 0 \implies v_G < -V_R \implies v_G < -2.5V$
- $v_{D_2} < 0 \implies V_A - 2V_R - v_i < 0 \implies 2V_R + 2v_G + 2V_R > 0 \implies v_G > -2V_R \implies v_G > -5V$

Iz provere uslova zaključujemo da je opseg  $v_G$  za ovu pretpostavku jednak  $[-3.5V, -2.5V]$ .

Pošto je pri povećavanju napona prvi uslov koji neće biti ispunjen uslov za  $D_1 - OFF$ , sledeća pretpostavka nam je  $D_1 - ON, D_2 - OFF$  za  $v_G > -2.5V$ , i za nju se dobija kolo sa slike 4.



Slika 4: Kolo ekvivalentno kolu sa slike 1 pri pretpostavci  $D_1 - ON, D_2 - OFF$

Slično kao i prilikom prethodne pretpostavke, dobijamo sledeće jednačine:

$$i_1 = \frac{v_G}{R} \quad (6)$$

$$i_2 = \frac{v_G - (V_A - V_R)}{R} = \frac{v_G + V_R}{R} \quad (7)$$

$$i_3 = \frac{v_i}{2R} \quad (8)$$

$$i_R = \frac{V_R}{R} \quad (9)$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = i_R \quad (10)$$

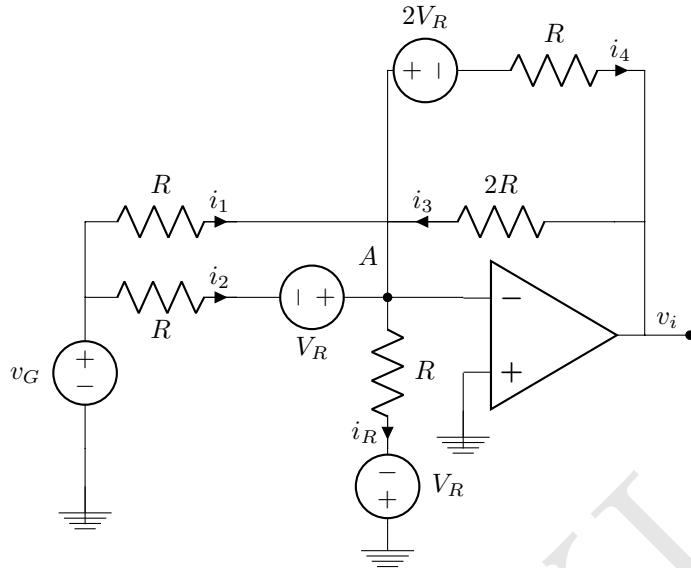
Pa tako kombinacijom (6), (7), (8), (9) i (10) dobijamo:

$$\begin{aligned} \frac{v_G}{R} + \frac{v_G + V_R}{R} + \frac{v_i}{2R} &= \frac{V_R}{R} \\ v_G + v_G + V_R + \frac{v_i}{2} &= V_R \\ \boxed{v_i = -4v_G} \end{aligned} \quad (11)$$

Uslovi za našu pretpostavku jesu:

- $i_{D_1} > 0 \implies i_2 > 0 \implies v_G + V_R > 0 \implies v_G > -V_R \implies v_G > -2.5V$
- $v_{D_2} < 0 \implies V_A - 2V_R - v_i < 0 \implies -2V_R - 4v_G < 0 \implies v_G < \frac{V_R}{2} \implies v_G < 1.25V$

Pošto će uslov za  $D_1 - ON$  ostati ispunjen, vidimo da je za ovu pretpostavku  $v_G \in (-2.5V, 1.25V]$  i da će se u narednom intervalu  $D_2$  uključiti. Za pretpostavku  $D_1 - ON, D_2 - ON$ , kolo izgleda kao na slici 5.



Slika 5: Kolo ekvivalentno kolu sa slike 1 pri pretpostavci  $D_1 - ON, D_2 - ON$

Jednačine (6), (7), (8) i (9) ispadaju isto kao i u prethodnoj pretpostavci, a vrednost  $i_4$  i Kirhofov zakon u čvoru  $A$  su:

$$i_4 = \frac{V_A - 2V_R - v_i}{R} = -\frac{2V_R + v_i}{R} \quad (12)$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = i_R + i_4 \quad (13)$$

Iz (6), (7), (8), (9), (12) i (13) dobijamo:

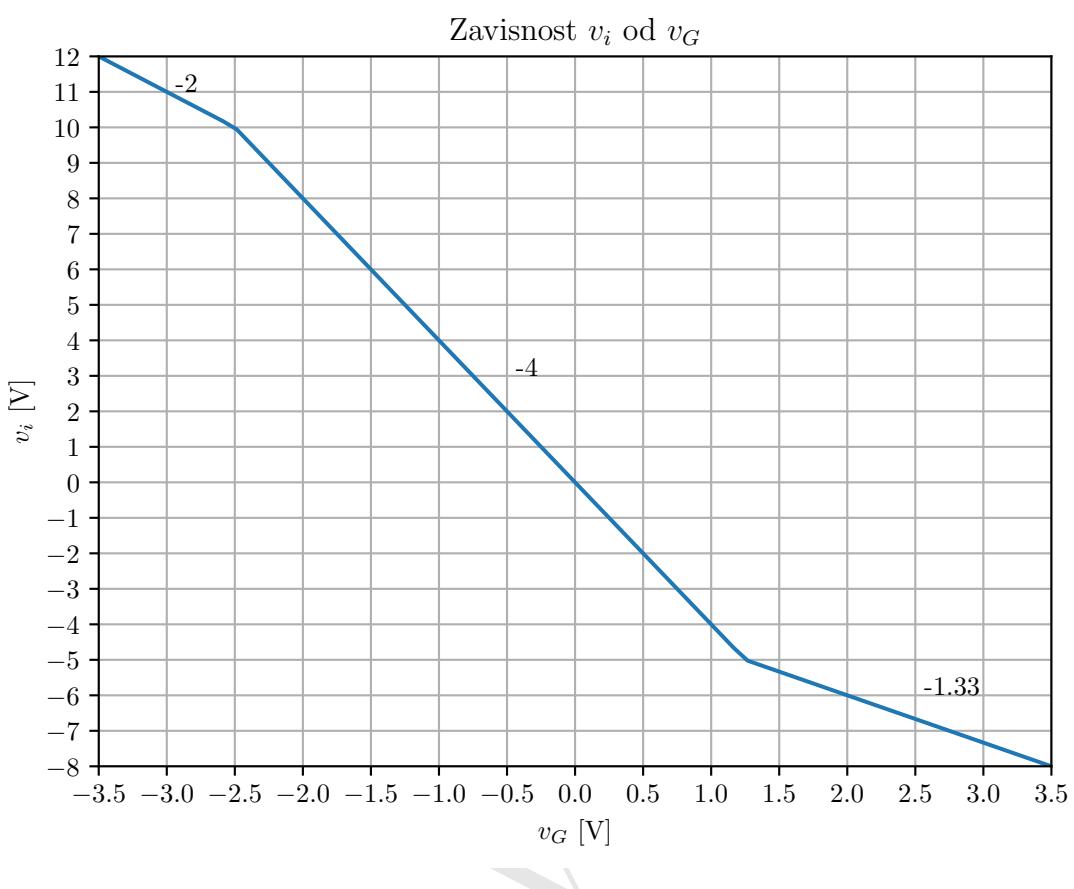
$$\begin{aligned} \frac{v_G}{R} + \frac{v_G + V_R}{R} + \frac{v_i}{2R} &= \frac{V_R}{R} - \frac{2V_R + v_i}{R} \\ v_G + v_G + V_R + \frac{v_i}{2} &= V_R - 2V_R - v_i \\ \frac{3v_i}{2} &= -2V_R - 2v_G \\ v_i &= -\frac{4}{3}(v_G + V_R) \end{aligned} \quad (14)$$

Proverom uslova dobijamo:

- $i_{D_1} > 0 \implies i_2 > 0 \implies v_G + V_R > 0 \implies v_G > -V_R \implies v_G > -2.5V$
- $i_{D_2} > 0 \implies i_4 > 0 \implies -2V_R - v_i > 0 \implies -2V_R + \frac{4}{3}v_G + \frac{4}{3}V_R > 0 \implies v_G > \frac{V_R}{2} \implies v_G > 1.25V$

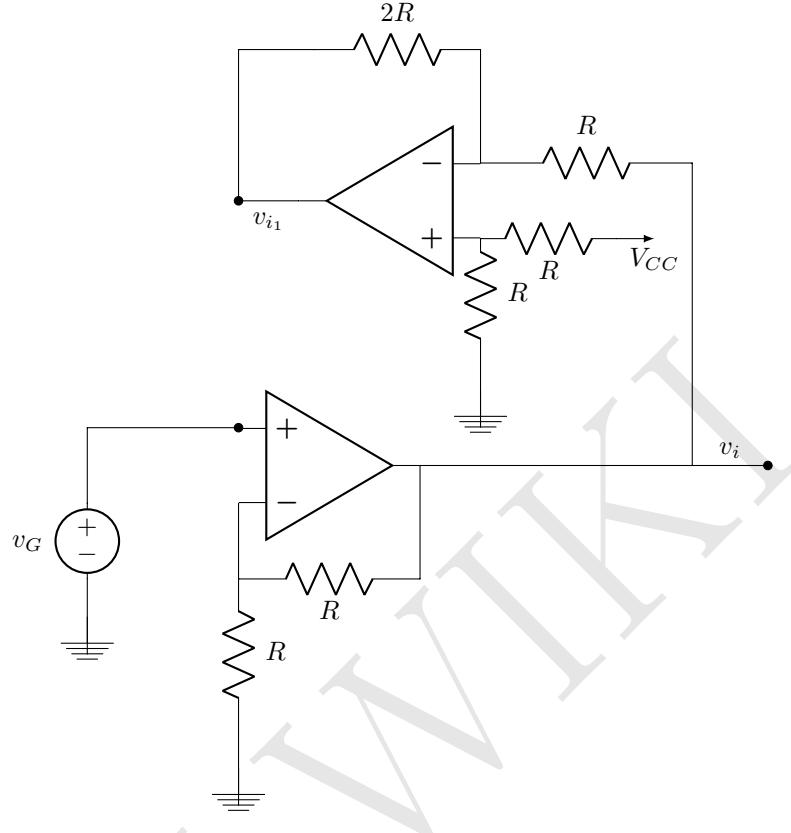
Što znači da će uslovi biti ispunjeni za interval  $v_G \in (1.25, 3.5V]$ .

Sa jednačinama iz (5) (za  $v_G \in [-3.5V, -2.5V]$ ), (11) (za  $v_G \in (-2.5V, 1.25V]$ ) i (14) (za  $v_G \in (1.25V, 3.5V]$ ) sada možemo nacrtati grafik zavisnosti  $v_i$  od  $v_G$  kao što je prikazan na slici 6.



Slika 6: Grafik zavisnosti  $v_i$  od  $v_G$ .

2. Pošto imamo diodu  $D$  u kolu, a napon  $v_G$  nam počinje od 0V, prva pretpostavka nam je  $D - OFF$  i za nju ekvivalentno kolo izgleda kao na slici 7. Otpornici povezani s generatorom  $v_G$  se eliminišu iz razloga što tada ne protiče struja (dioda je isključena a u operacioni pojačavač ne ulazi struja).



Slika 7: Kolo ekvivalentno kolu sa slike 2 pri pretpostavci  $D - OFF$

Na osnovu donjeg operacionog pojačavača možemo zaključiti da su naponi na njegovim + i - granama jednaki  $v_G$ , pa iz naponskog razdelnika ispod njega zaključujemo da je:

$$v_G = \frac{v_i}{2}$$

$v_i = 2v_G$

(15)

Sa druge strane, izlazni napon gornjeg operacionog pojačavača se može izračunati na osnovu duže formule za diferencijalni pojačavač, koja glasi:

$$v_i = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_{u_1} - \frac{R_2}{R_1} v_{u_2} \quad (16)$$

Kada u (16) ubacimo vrednosti iz našeg konkretnog kola, dobijemo:

$$\begin{aligned} v_{i_1} &= \frac{R}{R+R} \left(1 + \frac{2R}{R}\right) V_{CC} - \frac{2R}{R} v_i \\ v_{i_1} &= \frac{3}{2} V_{CC} - 2v_i \end{aligned} \quad (17)$$

Na osnovu (15) i (17) dobijamo da je napon na isključenoj diodi  $D$  jednak:

$$\begin{aligned} v_D &= v_G - v_{i_1} = v_G - \frac{3}{2} V_{CC} + 2v_i \\ v_D &= 5v_G - \frac{3}{2} V_{CC} \end{aligned}$$

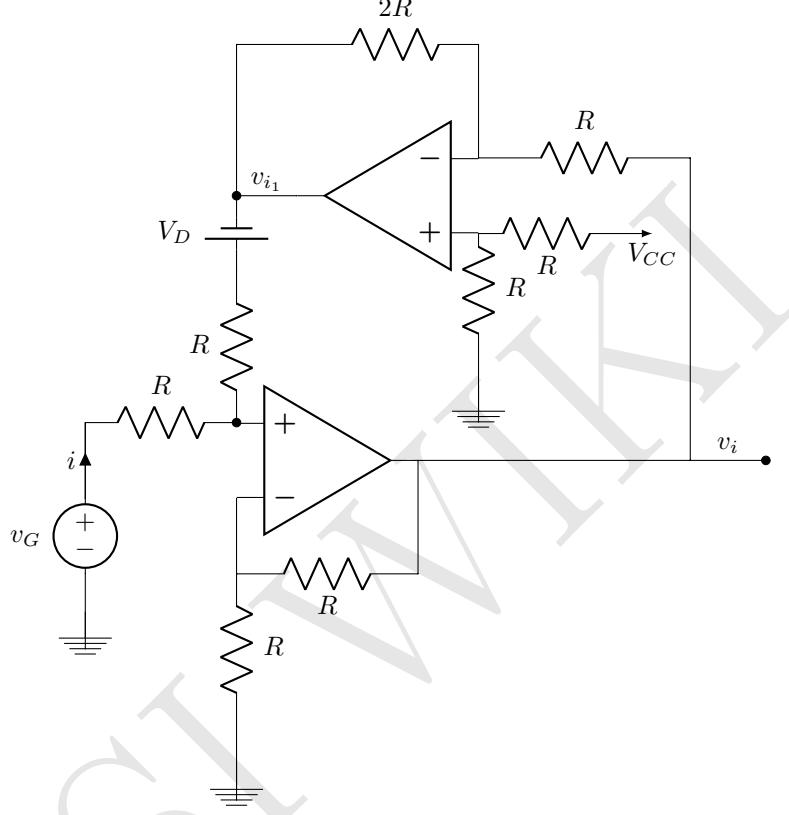
$$v_D = 5v_G - 7.5V \quad (18)$$

Kako bi uslov naše pretpostavke bio ispunjen, mora da važi  $v_D < V_D$ , pa iz (18) dobijamo:

$$5v_G < 7.5V + 0.7V$$

$$v_G < 1.64V \quad (19)$$

Za našu sledeću pretpostavku uzimamo da je  $D = ON$ , pa ekvivalentno kolo izgleda kao na slici 8.



Slika 8: Kolo ekvivalentno kolu sa slike 2 pri pretpostavci  $D = ON$

Slično kao pri prošloj pretpostavci, naponi na oba kraja donjeg operacionog pojačavača su  $\frac{v_i}{2}$  i jednačina (17) važi. Iz pada napona na otpornicima  $R$  u grani sa  $v_G$  možemo dobiti dve jednačine:

$$i = \frac{v_G - \frac{v_i}{2}}{R} \quad (20)$$

$$i = \frac{\frac{v_i}{2} - v_{i_1} - V_D}{R} \quad (21)$$

Izjednačavanjem (20) i (21) i zatim ubacivanjem (17) dobijamo:

$$\begin{aligned} \frac{v_G - \frac{v_i}{2}}{R} &= \frac{\frac{v_i}{2} - v_{i_1} - V_D}{R} \\ v_G - \frac{v_i}{2} &= \frac{v_i}{2} - v_{i_1} - V_D \\ v_G + V_D + \frac{3}{2}V_{CC} - 2v_i &= v_i \\ 3v_i &= v_G + V_D + \frac{3}{2}V_{CC} \\ v_i &= \frac{v_G}{3} + \frac{V_D}{3} + \frac{V_{CC}}{2} \end{aligned} \quad (22)$$

Kada (22) ubacimo u (20) dobijamo:

$$i = \frac{v_G - \frac{\frac{v_G}{3} + \frac{V_D}{3} + \frac{V_{CC}}{2}}{2}}{R}$$

$$i = \frac{\frac{5}{6}v_G - \frac{V_D}{6} - \frac{V_{CC}}{4}}{R} \quad (23)$$

Pošto je struja kroz  $D$  ista struja kao kroz generator  $v_G$  iz (23) dobijamo uslov naše pretpostavke:

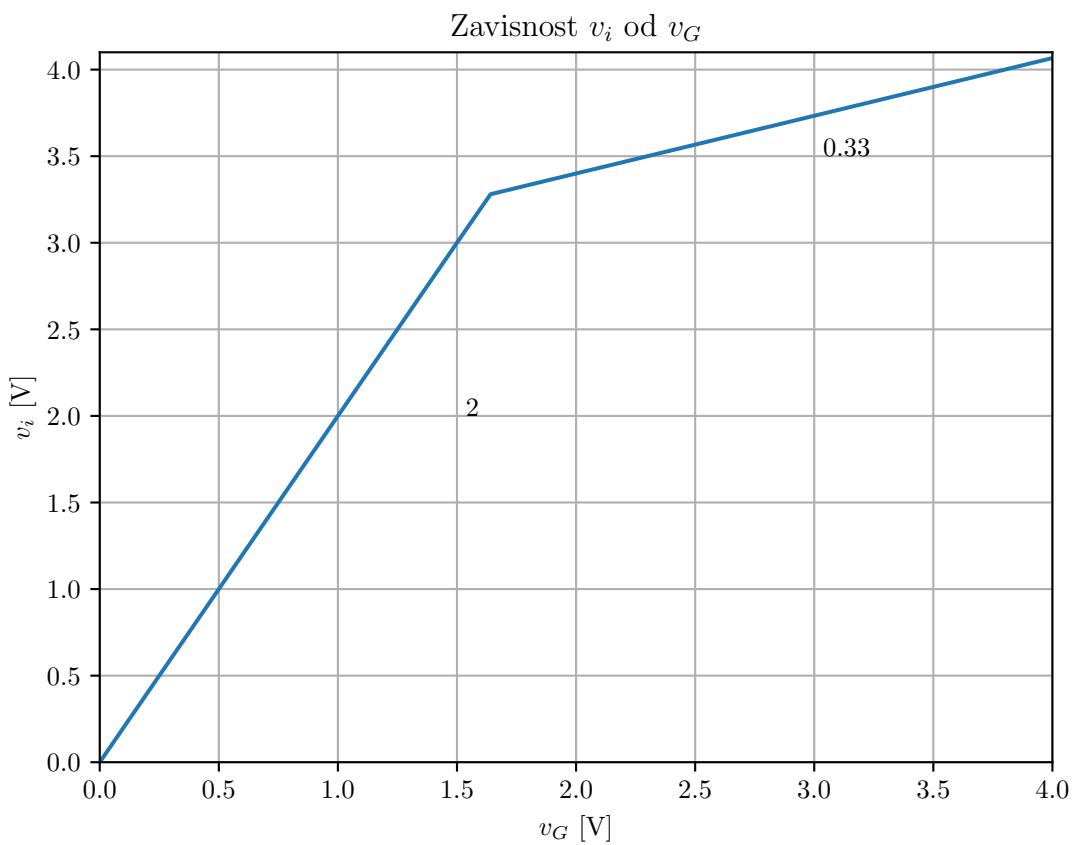
$$\frac{5}{6}v_G - \frac{V_D}{6} - \frac{V_{CC}}{4} > 0$$

$$\frac{5}{6}v_G > \frac{V_D}{6} + \frac{V_{CC}}{4}$$

$$v_G > \frac{V_D}{5} + \frac{3}{10}V_{CC}$$

$$v_G > 1.64V \quad (24)$$

Na osnovu uslova (19) i (24), kao i jednačina zavisnosti  $v_i$  od  $v_G$  (15) i (22), dobijamo grafik zavisnosti kao na slici 9.



Slika 9: Grafik zavisnosti  $v_i$  od  $v_G$ .