ZADACI SA VEŽBI

1. Dat je polinom $P(x)=2x^3-x^2-x-8$. 1) Naći količnik i ostatak pri deljenju polinoma $P(x)$ binomom $x-3$.

2. Odrediti koeficijente *a*, *b*, *c* tako da realni polinom $P(x)=x^3+ax^2+bx+c$ bude deljiv binomima $x-1$ i $x+2$, a pri deljenju sa $x-4$ daje ostatak 18.

3. Polinom $P(x)$ pri deljenju sa $x-1$ daje ostatak 3, a pri deljenju sa $x-2$ ostatak 4. Koliki je ostatak pri deljenju sa $(x-1)(x-2)$?

4. Naći ostatak pri deljenju polinoma $P(x)=x^{99}+x^3+10x+5$ sa x^2+1.

5. Odrediti realne brojeve *a* i *b* tako da $x=i$ bude rešenje jednačine $x^4+4x^3+ax^2+bx+5=0$, a zatim rešiti tako dobijenu jednačinu.

6. Odrediti polinom četvrtog stepena $P(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ sa realnim koeficijentima koji ima dvostruku nulu -2, kompleksnu nulu $1-2i$ i za koji važi uslov $P(-3)=-40$.

7. Jednačina $x^5-2x^4+2x^2-4=0$ ima kompleksan koren čiji je argument $\dfrac{\pi}{4}$. Odrediti taj koren.

8. Znajući da postoji bar jedno racionalno rešenje jednačine
1) $9x^3-6x^2-5x+2=0$, 2) $2x^3-3x^2+2x+2=0$, naći sva njena rešenja.

9. Odrediti vrednosti $p,q,r\in R$ tako da polinom $P(x)=x^4+4x^3+6px^2+4qx+r$ bude deljiv polinomom $Q(x)=x^3+3x^2+9x+27$, a zatim naći sve nule polinoma $P(x)$.

10. Dat je polinom $P(x)=x^4-7x^3+17x^2-17x+a$ $(a\in R)$. Odrediti *a* tako da polinom ima jednu racionalnu dvostruku nulu, a zatim odrediti sve nule datog polinoma.

11. Odrediti polinom sedmog stepena $P(x)$ koji zadovoljava uslove $(x-1)^4 \mid P(x)+1$ i $(x+1)^4 \mid P(x)-1$.

12. Da li je polinom $P(x)=nx^{n+1}-(1+np)x^n+(p-1)(x^{n-1}+x^{n-2}+\ldots+x)+p$ deljiv polinomom $x^2-(p+1)x+p$, gde je $n\in N$, a $p\in R$?

13. Dokazati da je polinom $P(x)=(x+1)^{2n+1}+x^{n+2}$ deljiv polinomom $Q(x)=x^2+x+1$ za svaki $n\in N$.

14. Dokazati da polinom $P(x)=(x+1)^{2n}-x^{2n}-1$ nije deljiv polinomom $Q(x)=x^2+x+1$ ni za jedan $n\in N$.

15. Dokazati da je polinom $P(x)=x^n\sin\alpha - x\sin n\alpha+\sin(n-1)\alpha$ deljiv polinomom $Q(x)=x^2-2x\cos\alpha+1$ za svaki $n\in N$ i za svako $\alpha\in R$ $(\sin\alpha\neq 0)$.

16. Odrediti vrednost parametra *a* tako da nule polinoma $P(x)=2x^3-9x^2+ax-6$ obrazuju aritmetičku progresiju. Za dobijenu vrednost parametra naći sve nule polinoma.

17. Dat je polinom $P(x)=x^4+ax^3+4x^2+bx-5$. Odrediti sve vrednosti parametara $a,b\in R$ za koje je zbir dva korena datog polinoma jednak 4, a zbir druga dva korena polinoma jednak 0.

18. Odrediti vrednost realnog parametra m tako da zbir dva korena polinoma $P(x)=x^4-6x^3+mx^2-12x+16$ bude jednak zbiru druga dva korena.

19. Naći NZD polinoma $P(x)=x^4+x^3-3x^2-4x-1$ i $Q(x)=x^3+x^2-x-1$.

20. Dokazati da jednačine $x^4+x^3+3x^2+4x+6=0$ i $x^4-x^3+x^2+2x-6=0$ imaju dva zajednička rešenja, pa ih zatim rešiti.

DRUGI DOMAĆI ZADATAK IZ MATEMATIKE 1

1. Odrediti $a, b \in R$ tako da $x = i$ bude jedna nula polinoma $P(x) = 2x^5 + 3x^4 + 4x^3 + x^2 + ax + b$, a zatim naći i sve ostale nule dobijenog polinoma.

2. Dokazati da je polinom $P(x) = x^{n+1}\cos(n-1)\alpha - x^n \cos n\alpha - x\cos\alpha + 1$ deljiv polinomom $Q(x) = x^2 - 2x\cos\alpha + 1$, za sve $n \in N$, $\alpha \in R$.

3. Dokazati da je $x = a$ nula trećeg reda realnog polinoma $P(x) = 2x^{n+1} - n(n+1)a^{n-1}x^2 + 2(n^2-1)a^n x - n(n-1)a^{n+1}$, $n \in N$.

4. Pokazati da je za proizvoljno $n \in N$ polinom $P(x) = (x^{n+2}-1)(x^{n+1}-1)(x^n-1)$ deljiv polinomom $Q(x) = (x^3-1)(x^2-1)(x-1)$.

5. Odrediti realni polinom *P(x)* četvrtog stepena koji zadovoljava sledeće uslove $(x-1)^3 \,|\, P(x) - 8$ i $(x+1)^2 \,|\, P(x) + 8$.

6. Realni polinom *P(x)* četvrtog stepena ima dvostruku nulu $x = 1$, a polinom $Q(x) = P(x) + 4$ ima dvostruku nulu $x = -1$. Odrediti polinom *P(x)* ako je $Q(0) = -2$.

7. Odrediti $m \in R$ tako da je proizvod dve nule polinoma $P(x) = x^4 - 6x^3 + mx^2 - 12x + 16$ jednak 2.

8. Odrediti $a, b \in R$ tako da polinom $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - 8x + 4$ ima dve dvostruke nule i odrediti te nule.

9. Dat je polinom $P(x) = 6x^4 + 19x^3 - 7x^2 - 26x + 12$. Znajući da ovaj polinom ima bar jednu racionalnu nulu, odrediti sve nule datog polinoma.

10. Dat je polinom $P(x) = 3x^4 + 11x^3 + 11x^2 + 55x - 20$. Znajući da ovaj polinom ima bar jednu racionalnu nulu, odrediti sve nule datog polinoma.

11. Odrediti $a, b \in R$ tako da $x = 1$ bude dvostruka nula polinoma $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + x^2 + ax + b$, a zatim naći i sve ostale njegove nule.

12. Odrediti $a, b \in R$ tako da $x = 1 + i$ bude nula polinoma $P(x) = x^4 - 6x^3 + 13x^2 + ax + b$, a zatim naći i sve ostale njegove nule.