

Formule za oscilacije

Jednačina kretanja lho: $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$

Brzina lho: $v(t) = \frac{d}{dt} x(t) = A \omega \cos(\omega t + \varphi)$

Ubrzanje lho: $a(t) = \frac{d^2 x}{dt^2} = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$

Opšti oblik j-ne kretanja: $\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$

Sopstvena kružna učestanost: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$;

Period: $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

Energija lho:

Važi zakon održanja energije tj. $E_k + E_p = E_{uk} = const$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 \text{ i } E_p = \frac{1}{2} k x^2; \quad E = E_{pmax} = E_{kmax}$$

Uslov da je ukupna energija konstanta se može koristiti u zadacima gde imamo translaciono i rotaciono kretanje, koristimo $\frac{dE_{uk}}{dt} = 0$

Takođe, važi:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} = \frac{1}{m} \cdot \left. \frac{d^2 E_p}{dx^2} \right|_{x=0}$$

za onu koordinatu
koja predstavlja tačku
stabilne ravnoteže

Analogno, za kruto telo koje rotira:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{I_0} \cdot \frac{dE_p^2}{d\theta^2}$$

Matematičko klatno

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}; T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Fizičko klatno

$$I_0 \cdot \theta = -mg \cdot rc \cdot \sin\theta$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mg \cdot rc}{I_0}}; T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_0}{mg \cdot rc}}$$

Opšti slučaj: $I_0 \cdot \alpha = \sum \vec{M}$

I_0 – moment inercije, M – momenti sila,
 α – ugaono ubrzanje

Prigusene oscilacije

opsti oblik j-ne kretanja: $\ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

Koeficijent amortizovanja (prigusenja): $\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{b}{2m}$

Sopstvena ucestanost: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Slabo prigusenje ($\alpha < \omega_0$):

Kruzna ucestanost: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$

J-na kretanja: $x(t) = C \cdot e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi_0)$

Period: $T = \frac{2\pi}{\omega}$ (nije isto sto i sopstveni period)

Logaritamski dekrement: $\Lambda = \alpha \cdot T$ ili $\Lambda = \ln \frac{A_i}{A_{i+1}}$

A_i je amplituda oscilacije, a A_{i+1} amplituda naredne

Faktor dobrote:

$$Q = \frac{2\pi}{1 - e^{-\alpha T}} \text{ ili } Q = \frac{\omega}{2\alpha} \text{ (slabo prigusenje)}$$

Aperiodicno kretanje ($\alpha > \omega_0$):

$$x(t) = A \cdot e^{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} t} + B \cdot e^{-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} t}$$

Kriticno priguseno kretanje ($\alpha = \omega_0$):

$$x(t) = (A + Bt) \cdot e^{-\alpha t}$$

Prinudne oscilacije

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos(\Omega t);$$

$$x(t) = A \cdot \cos(\Omega t - \Psi)$$

$$A = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 - (2\alpha\Omega)^2}}$$

$$\text{tg}\Psi = \frac{2\alpha\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$

Rezonancija (najveca amplituda):

$$\Omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\alpha^2}$$

$$A_{rez} = \frac{\frac{F_0}{m}}{2\alpha\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}$$

Formule za talase

talasna jednacina: $y(x, t) = y_0 \sin(\omega t - kx + \varphi)$

y_0 – amplituda

ω – kruzna ucestanost

k – talasni broj

φ – faza

Talasna duzina: $\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f}$

Kruzna ucestanost:

Talasni broj: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$

Fazna brzina: $v_f = c = \frac{\omega}{k}$

Diferencijalna j-na talasa: $\frac{d^2 y}{dt^2} = v_f \cdot \frac{d^2 y}{dx^2}$

Brzina transv. talasa na zategnutoj zici: $c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$; F – zatezna sila; $\mu = \frac{m}{l}$ – poduzna masa

Brzina long. talasa kroz sipku ili zicu: $c = \sqrt{\frac{E_y}{\rho}}$; E_y – Jangov moduo el, ρ – gustina

Brzina long. talasa u gasu (tecnosti): $c = \sqrt{\frac{E_v}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa \cdot p}{\rho}}$; E_v – zapreminski moduo el, ρ – gustina, p – pritisak, κ – adijabatska konstanta

Prenos energije talasnim kretanjem

Transverzalni talas:

$$P(t) = F y_0^2 k \omega \cos^2(\omega t - kx)$$

$$P_{max} = F y_0^2 k \omega = \sqrt{\mu F} \omega^2 y_0^2$$

$$P_{sr} = \frac{1}{2} \sqrt{\mu F} \omega^2 y_0^2$$

Longitudinalni talas kroz zicu/sipku:

$$P(t) = S E_y k \omega \Psi_0^2 \cos^2(\omega t - kx)$$

$$P_{max} = S E_y k \omega \Psi_0^2 = S \sqrt{\rho E_y} \omega^2 \Psi_0^2$$

$$P_{sr} = \frac{1}{2} S \sqrt{\rho E_y} \omega^2 \Psi_0^2$$

Longitudinalni talas kroz gas:

$$P(t) = S E_v k \omega \Psi_0^2 \cos^2(\omega t - kx)$$

$$P_{max} = S E_v k \omega \Psi_0^2 = S \sqrt{\rho E_v} \omega^2 \Psi_0^2$$

$$P_{sr} = \frac{1}{2} S \sqrt{\rho E_v} \omega^2 \Psi_0^2$$

Karakteristicna impedansa

- trans. talas na zici: $Z = \sqrt{F \cdot \mu}$
- long. talas kroz zicu: $Z = S \cdot \sqrt{E_y \rho}$
- long. talas kroz gas: $Z = S \cdot \sqrt{E_v \rho}$

Intenzitet talasa

$$I = \frac{P_{sr}}{S}; \quad S - \text{povrsina kroz koju prodire talas,} \quad \text{ako postoje gubici: } I = \frac{P_{sr}}{S} \cdot e^{-\mu r}$$

$$\text{Jacina zvuka: } \beta = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right), \quad I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2} - \text{prag suma}$$

Refleksija i transmisija talasa na spoju dve zice:

- frekvencija talasa se ne menja $\omega_i = \omega_t = \omega_r$
- talasna duzina se menja-> menja se k

$$\omega = v_f k = ck = c_1 k_1 = c_2 k_2$$

$$r = \frac{y_{0r}}{y_{0i}} - \text{amplitudski koef. refleksije; } t = \frac{y_{0t}}{y_{0i}} \text{ amplitudski koef. transmisije}$$

ukupna amplituda u tacki x0 je ista sa obe strane: $1 + r = t$

$$\text{ukupna brzina po x je ista u x0: } 1 - r = \frac{k_2}{k_1}$$

$$r = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}, \quad t = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}, \quad k_1 - \text{sredina inc. talasa; } k_2 \text{ sredina transm. talasa}$$

Refleksija snage

$$P_r = \underbrace{r^2}_R \cdot P_i, \quad P_t = \underbrace{\frac{Z_2}{Z_1} t^2}_T P_i, \quad R + T = 1$$

Zakon odbijanja i prelamanja

$$\theta_i = \theta_r, \quad \frac{\sin \theta_i}{c_1} = \frac{\sin \theta_t}{c_2}$$

Doplerov efekat

1. Izvor je pokretan, prijemnik miruje: $f_p = \frac{f_i}{1 \mp \frac{v_i}{c}}$, minus - ka prij; + od prij.

2. Izvor miruje, prijemnik se kreće: $f_p = f_i \left(1 \mp \frac{v_p}{c}\right)$

U opstem slučaju $v_i \cos \theta$, odnosno $V_p \cos \theta$