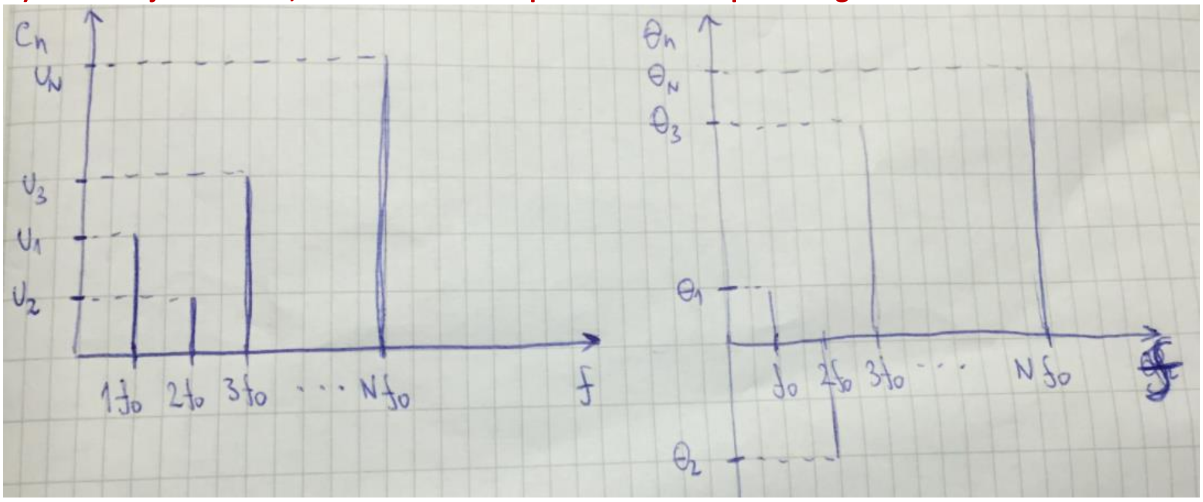
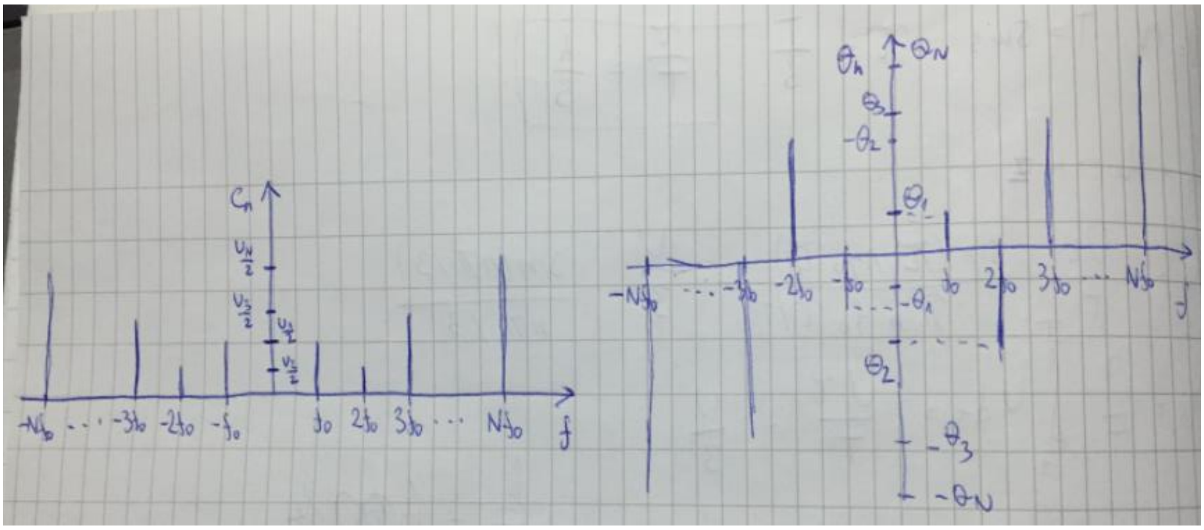
1. **Odrediti amplitudski i fazni spektar zbira *N* kosinusoida učestanosti *f*0k, amplitude *Uk* i početne faze θ*k* (*k*=1, ..., *N*). Nacrtati jednostrani, kao i dvostrani amplitudski i fazni spektar signala.**





2. **Na koji način se periodičan signal može predstaviti u obliku sume prostoperiodičnih komponenti? Definicija Furijeovog reda. Šta predstavlja amplitudski, a šta fazni spektar? Osnovne osobine spektra periodičnog signala. Šta predstavlja komponenta na 0Hz?**

Za svaki realan periodičan signal, može se uočiti perioda signala T i osnovna učestanost signala

f0= 1/T.

Periodičan signal x(t) se tada može predstaviti preko sume kosinusoida (prostoperiodičnih signala), čije su učestanosti jednake celobrojnim umnošcima osnovne učestanosti periodičnog signala n×f0.

Ukoliko periodicna funkcija ispunjava uslov:

$$\int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|dt < \infty$$

moze se predstaviti u obliku kompleksnog **Furijeovog reda:**

$$\boxed{x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{+j2\pi n f_0 t}}$$

pri cemu su sa Xn oznaceni kompleksni Furijeovi koeficijenti.

$$\boxed{X_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)e^{-j2\pi n f_0 t}dt}$$

- Signal je periodičan sa periodom T
- f0=1/T predstavlja osnovnu učestanost periodičnog signala

Amplitudski spektar realne funkcije x(t) je parna funkcija učestanosti. Amplitudski spektar je realna funkcija.

$$|X_n| = |X_{-n}|$$

Fazni spektar je neparna realna funkcija učestanosti.

$$\theta_n = -\theta_{-n}$$

Osnovne osobine spektra:

- diskretan (nije kontinualan, definisan je samoza celobrojne umnoške osnovne učestanosti signala n×f0,n=0, ±1, ±2, ...)
- broj komponenti je beskonacan
- rastojanje izmedju komponenti u spektru iznosi f0= 1/T i ne moze biti manje od toga

$$\boxed{x(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(2\pi \times n f_0 t + \theta_n)}$$

Komponenta na 0Hz određuje jednosmernu komponentu (srednju vrednost) signala (C0).

3. Spektar snage periodičnog signala. Definisati Parsevalovu teoremu i objasniti njen značaj.

Spektar snage - kvadrat dvostranog amplitudskog spektra (pokazuje koji deo snage je sadržan u n-tom harmoniku):

$$\boxed{S_{11}(nf_0) = |X_n|^2}$$

Srednja snaga signala na osnovu **vremenskog** oblika:

$$P_{sr} = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt$$

Parsevalova teorema: srednja snaga signala može se izračunati sabiranjem srednjih snaga svih harmonika signala, tj.kvadrata svake od njegovih komponenti (snaga na jediničnoj otpornosti).

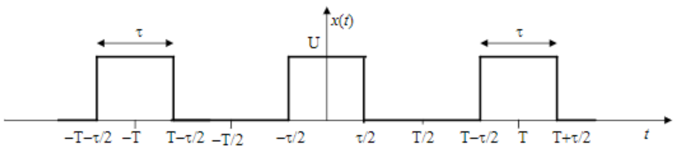
$$\boxed{P_{sr} = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |X_n|^2 = |X_0|^2 + 2\sum_{n=1}^{\infty}|X_n|^2}$$

Znacaj:

• Omogucava da srednju snagu signala odredimo ne samo u vremenskom domenu, vec i u spektralnom.

• Omogucava da na osnovu toga izracunavamo koliki je deo srednje snage signala sadrzan u nekakvom opsegu ucestanosti, odnosno u izdvojenim komponentama, i na osnovu toga se moze odrediti njihov znacaj.

4. Spektar periodične povorke pravougaonih impulsa amplitude *U*, trajanja τ i periode *T*. Kako se menja spektar signala kada parametri ovog signala imaju granične vrednosti?



Spektar signala x(t) jednak je

$$X_n = \frac{U\tau}{T}\frac{\sin(n\pi\tau/T)}{n\pi\tau/T} = \frac{U\tau}{T}\frac{\sin(n\pi\tau f_0)}{n\pi\tau f_0}$$

Signal se može predstaviti i u obliku **beskonačne sume kosinusoida** učestanosti nf0, amplituda 2|Xn| i početnih faza θn

$$\boxed{x(t) = X_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2|X_n|\cos(2\pi n f_0 t + \theta_n)} \quad \boxed{X_n = \frac{U\tau}{T}\frac{\sin(n\pi\tau f_0)}{n\pi\tau f_0} = |X_n| e^{j\theta_n}}$$

Amplitudski spektar

$$|X_n| = \frac{U\tau}{T}\left|\frac{\sin(n\pi\tau f_0)}{n\pi\tau f_0}\right|$$

Fazni spektar:

$$\theta_n = \arg(X_n) = \begin{cases} 0, & \dfrac{\sin(n\pi\tau f_0)}{n\pi\tau f_0} \geq 0 \\ \pm\pi, & \dfrac{\sin(n\pi\tau f_0)}{n\pi\tau f_0} < 0 \end{cases}$$

Osobine spektra:

- Spektar je beskonačno širok!
- Spektar je diskretan, sa komponentama koje se mogu nalaziti(mogu i ne moraju da uzmu vrednost nula) na učestanostima n×f0
- Nule anvelope (obvojnice spektra) spektra javljaju se kada je ispunjeno

$$\sin(\pi f_{k,nule}\tau) = 0 \Rightarrow \pi f_{k,nule}\tau = k\pi \Rightarrow f_{k,nule} = k \times \frac{1}{\tau},\ (k \in Z,\ k \neq 0)$$

- Nula anvelope može se/ne mora poklopiti sa učestanošću harmonika!
- Neke komponente u spektru su manje značajne (od drugih) –ako ne uđu u zbir, rezultantni signal se neće u velikoj meri razlikovati od originalnog periodičnog signala.

Granicni slucajevi:

- Kada perioda raste, spektar se zgušnjava, za T→∞,spektar postaje kontinualan (a signal aperiodičan).
- Kada se trajanje impulsa skraćuje, nule anvelope se pomeraju ka višim vrednostima, za t→0 anvelopa spektra postaje ravna.

5. Odrediti srednju snagu periodične povorke pravougaonih impulsa amplitude *U*, trajanja τ i periode *T*. Na koji način se može odrediti srednja snaga komponenti signala u opsegu učestanosti do *fd* (za date vrednosti parametara), a kako u opsegu učestanosti od *fd* do *fg* (za date vrednosti parametara)?

Srednja snaga signala x(t) se moze jednostavno odrediti u vremenskom domenu

$$P_{sr}=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{+T/2}x^2(t)\,dt=\frac{1}{T}\int_{-\tau/2}^{+\tau/2}U^2dt=\frac{U^2\tau}{T}=\frac{U^2}{3}$$

ili primenom Parsalove teoreme u spektralnom domenu, sabiranjem srednjih snaga svih njegovih harmonika.

$$P_{sr}=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|X_n|^2=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(\frac{U}{3}\right)^2\times\left(\frac{\sin(n\pi/3)}{(n\pi/3)}\right)^2=\frac{U^2}{3}$$

U opsegu ucestanosti do fd:

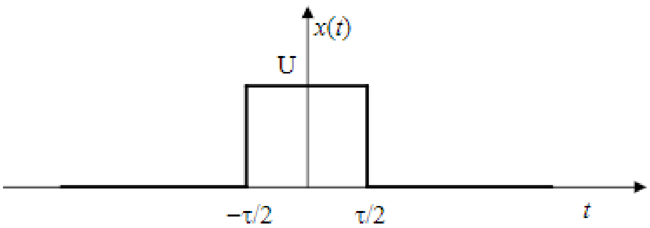
$P_{sr}=|X_0|^2+\ 2\sum_{1}^{\left\lfloor\frac{fd}{f0}\right\rfloor}|X_n|^2$ (harmonik do kog racunamo snagu)

U opsegu ucestanosti od fd do fg:

$$P_{sr}=\ 2\sum_{\left\lfloor\frac{fd}{f0}\right\rfloor}^{\left\lfloor\frac{fg}{f0}\right\rfloor}|X_n|^2$$

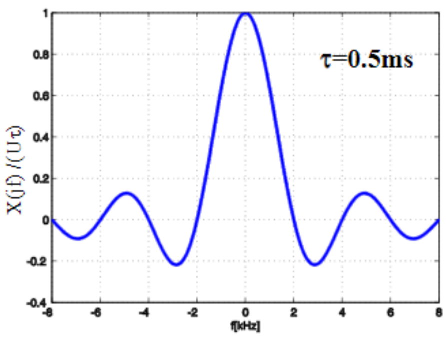
6. **Spektar usamljenog pravougaonog impulsa amplitude *U* i trajanja τ. Kako se menja spektralna gustina amplituda kada se τ smanjuje? Nacrtati spektar signala u graničnom slucaju τ→0, Uτ=1 (Delta impuls).**

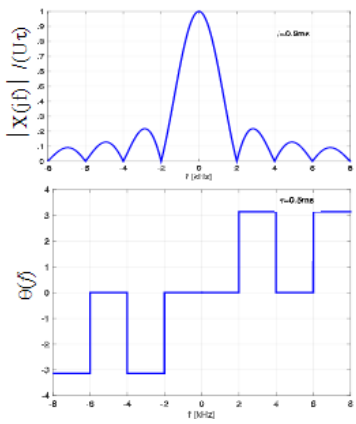
Signal dobijen od periodicne povorke pravougaonih impulsa kada T→∞



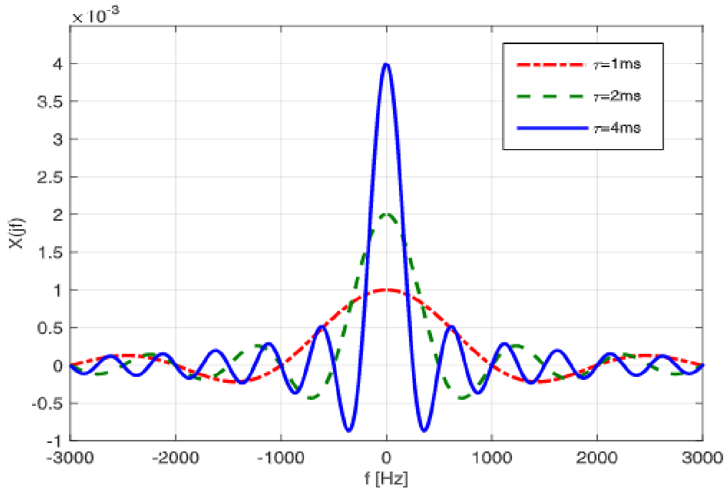
$$X(jf)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)e^{-j2\pi ft}dt$$

$$X(jf)=\int_{-\tau/2}^{+\tau/2}U\underbrace{e^{-j2\pi ft}}_{\cos(2\pi ft)-j\sin(2\pi ft)}dt=U\tau\frac{\sin(\pi f\tau)}{\pi f\tau}$$

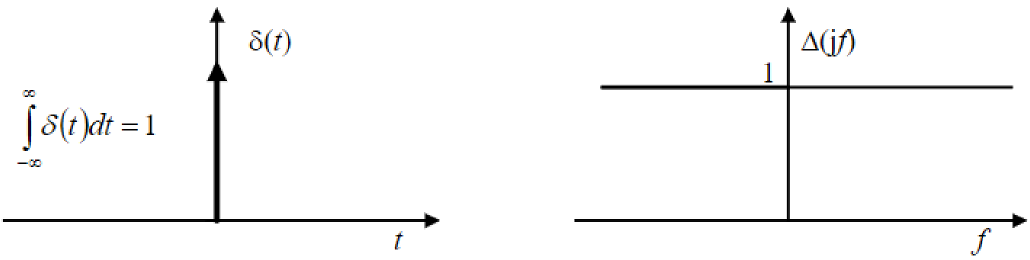




Spektar usamljenog pravougaonog impulsa



- Ukupna energija signala $E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt = U^2\tau$
- Energija signala je većim delom (oko 90%) skoncentrisana do prve nule u spektru ($1/\tau$).
- Za kraće trajanje τ, značajne komponente signala nalaze se u širem opsegu frekvencija!

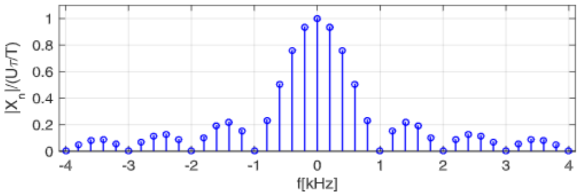


$$\Delta(jf) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j2\pi ft} dt = 1$$

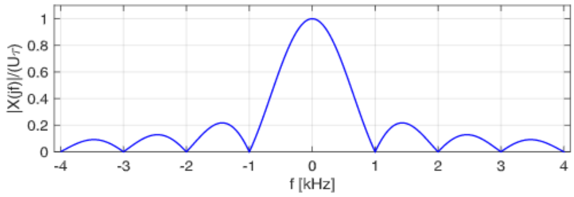
* **Delta impuls je izuzetno kratkog trajanja ($\tau \to 0$) i teorijski beskonačno velike amplitude, ali tako da njegova površina ima jediničnu vrednost.**
  - Ovim impulsom aproksimiramo pravougaoni impuls vrlo kratkog trajanja ($\tau \to 0$)
* **Spektar Delta impulsa (aperiodičan signal) je kontinualan i konstantan na svim učestanostima. Spektar Delta impulsa je beskonačno širok!**

7. Sličnosti i razlike spektara periodične povorke pravougaonih impulsa (amplitude U, periode T i trajanja τ) i usamljenog pravougaonog impulsa (amplitude U i trajanja τ).

$$X_p(jnf_0)=\frac{U\tau}{T}\frac{\sin(\pi nf_0\tau)}{\pi nf_0\tau} \qquad X(jf)=U\tau\frac{\sin(\pi f\tau)}{\pi f\tau} \qquad \boxed{X_p(jnf_0)=\frac{X(jnf_0)}{T}}$$



Spektar periodične povorke impulsa
τ=1ms
***T*=5ms**



Spektar usamljenog pravougaonog impulsa trajanja τ=1ms, predstavlja <u>anvelopu</u> spektra periodične povorke impulsa

8. **Koje su osnovne osobine linearnog sistema? Definisati funkciju prenosa. Objasniti šta predstavljaju amplitudska i fazna karakteristika linearnog sistema.**

Osnovne osobine linearnog sistema:

- **Homogenost**: Ukoliko je pobudni signal pomnožen (pojačan) konstantom a, tada će i odziv biti pomnožen (pojačan) konstantom a.

$$f[ax(t)]=af[x(t)]=ay(t)$$

- **Aditivnost** : $$f[x_1(t)+x_2(t)]=f[x_1(t)]+f[x_2(t)]=y_1(t)+y_2(t).$$

- **Vremenska invarijantnost**–karakteristike se ne menjaju tokom vremena

Funkcija prenosa sistema je kompleksna funkcija učestanosti koja pokazuje promenu pojačanja i unetog faznog pomeraja za svaku učestanost -može se prikazati preko s voje amplitudske i fazne karakteristike. Ako se funkcijaprenosa linearnog sistema označi sa H(jf):

$$\boxed{Y(jf)=H(jf)X(jf)}$$

Isključivo karakteristika sistema za prenos i ni na koji način ne zavisi od pobude ili odziva! Amplitudska karakteristika A(f)=|H(jf)| odredjuje pojacanje.

Fazna karakteristika c(f)=arg{H(jf)} – promenu faze komponente pobude na proizvoljnoj ucestanosti f.

$$\boxed{H(jf)=A(f)e^{j\chi(f)}}$$

9. **Opis idealnog sistema za prenos u vremenskom i spektralnom domenu.**

Idealan sistem:

- Signal sa ulaza **ne** sme da bude **izobličen**, tj. u veoma sličnom obliku treba da se pojavi na izlazu.
- Amplituda signala može da bude **promenjena** (pojačanje ne mora biti jedinično, dovoljno je da je konstantno
- tj. isto na svakoj učestanosti)
- Signal može da bude **zakašnjen** u vremenu (kašnjenje ne mora biti nula, tj. odziv se ne mora pojaviti u istom trenutku kada i pobuda)

10. **Opisati vrste filtara i definisati njihove funkcije prenosa. Objasniti način rada filtara u spektralnom domenu.**

Vrste :

- **NF FILTAR**: (propusta niske ucestanosti)
  - propušta samo deo spektra signala sa ulaza koji se nalazi na učestanostima nižim od granične učestanosti f_N.
  - Naziva se i LP filtar
  - Kada $f_N \to \infty$, filtar postaje idealan sistem prenosa.
- **VF FILTAR**: (propusta visoke ucestanosti)

- propušta samo deo spektra signala sa ulaza koji se nalazi na frekvencijama višim od granične
  - učestanosti f_V .
- Naziva se i HP filtar
- Kada $f_N \rightarrow \infty$, filtar postaje idealan sistem prenosa.

- **FILTAR PROPUSNIK OPS**: (propusta samo jedan opseg)
  - propušta deo spektralnih komponenti ulaznog signala koje se nalaze između graničnih
    - učestanosti f_N i f_V
  - Naziva se i BP
  - Kada $f_N = 0$ I $f_V \rightarrow \infty$, ∞, filtar postaje idealan sistem prenosa.

- **FILTAR NEPROPUSNIK OPS**: (ne propusta samo jedan opseg)
  - propusta deo spektra ul.sig. koji se nalazi u opsezima $(0, f_N)$ i (f_V, ∞).
  - Naziva se i BS
  - Kada je $\mathbf{f_N = f_V}$, filtar postaje idealan sistem prenosa.

11. Aditivni beli Gausov šum (ABGŠ). Odnos SNR na izlazu NF filtra kada na njegovom ulazu postoji dejstvo korisnog signala i ABGŠ čija je jednostrana SGSS pN.

Aditivni beli Gausov sum:

- Termicki sum se opisuje modelom ABGS(sum je aditivna smetnja, koja se dodaje signalu)
- ABGŠ je savršeno "brzopromenljiv" signal koji imaGausovu (normalnu) raspodelu amplituda, srednje vrednosti jednake nula i varijanse σ^2.
- Srednja vrednost šuma se ne menja prolaskom kroz filtar i jednaka je nuli.
- Srednja snaga šuma na izlazu filtra je manja od snage na ulazu (ne prolaze sve komponente u spektru kroz filtar).
- Spektralna gustina srednje snage (SGSS) ABGŠ je konstantna $-S_N(f)$
- Mera kvaliteta signala na prijemu je odnos snage signala PSi snage šuma PN

SNR (*signal-to-noise ratio*)

$$\boxed{snr[dB] = 10\log_{10} SNR = 10\log_{10} \frac{P_S}{P_N}}$$

12. Pojam modulacije. Koji su osnovni razlozi za primenu modulacionih postupaka? Definisati modulišući i modulisani signal, signal nosioca.

Modulacija je postupak modifikovanja parametra jednog determinističkog periodičnog signala u funkciji karakterističnih parametara drugog(proizvoljnog) signala.

- Modulišući signal- originalni nosilac poruke .
- Nosilac – pomocni periodicni signal
- Modulisani signal – nosilac modifikovan modulisucim signalom

Razlozi:

- Kako bi se što uspešnije iskoristile mogućnosti linije veze
- Cilj je da se isti medijum prenosa iskoristi za prenos više signala
- Ukoliko se prenosi singal koji se ne nalazi u propusnom opsegu kanala

13. Opisati AM-2BO (AM-1BO) modulacioni postupak, nacrtati blok šemu sistema za prenos i objasniti princip rada. Nacrtati spektar AM-2BO (AM-1BO) signala, kada je učestanost nosioca f0, a modulišući signal zauzima opseg učestanosti od 0 do fm.

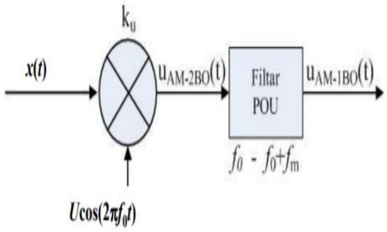
AM2-BO -amplitudska modulacija sa dva bočna opsega

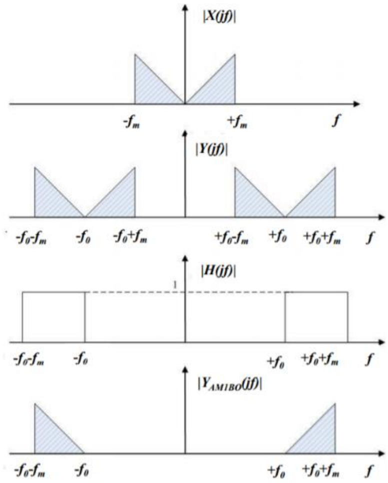
- Signal nosioca :$u_0(t) = U_0 \cos(\omega_0 t)$
- Modulisani signal se dobija mnozenjem modulisuceg signala i signala nosioca
- Modulisuci signal moze biti postperiodican ili slucajan

- Signal nosioca je uvek postperiodican

AM1-BO – amplitudska modulacija sa jednim bočnim opsegom

- Dobija se od AM2BO signala filtriranjem samo jednog bočnog opsega

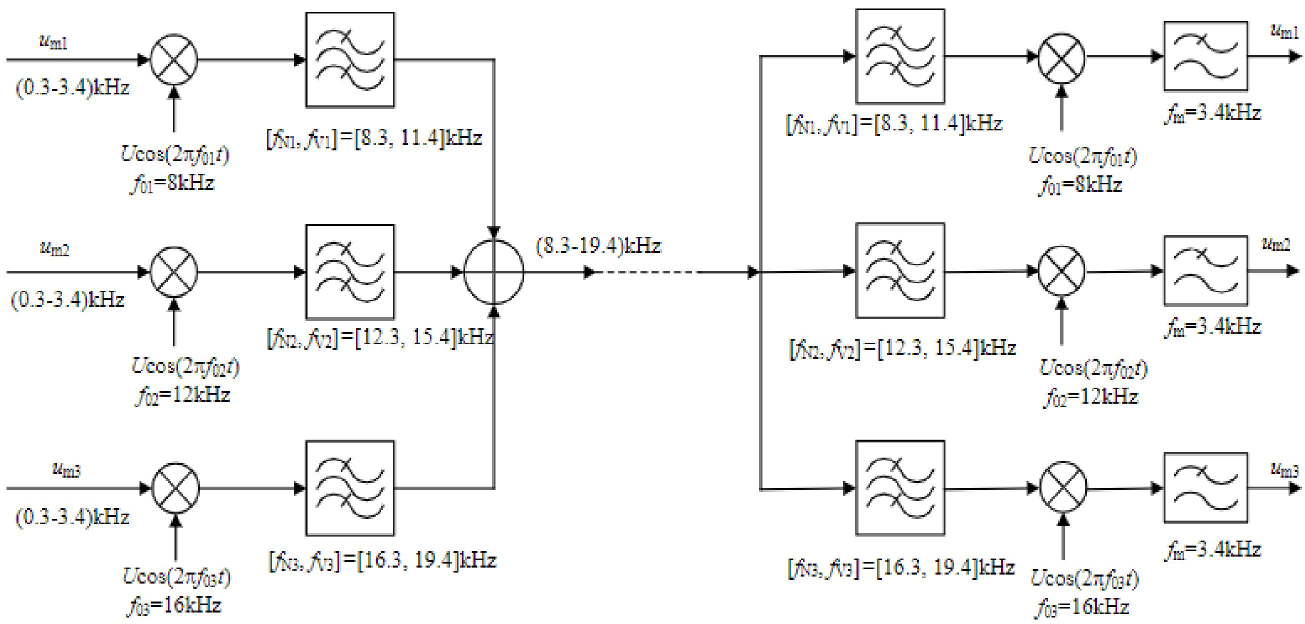




14. Objasniti princip formiranja multipleksa sa frekvencijskom raspodelom kanala. Nacrtati blok šemu kompletnog sistema za prenos N telefonskih signala primenom AM1BO (ili AM2BO) modulacije.

Frekvencijski multipleks:

- Istovremeni prenos nezavisnih signala korišćenjem zajedničkog sistema za prenos
- Prenosi komponente od f_n do f_v
- Svaki signal u kanalu multipleksa se prenosi istovremeno u različitim opsezima učestanosti
- Širina spektra koju zauzima modulisani signal zavisi od tipa primenjene modulacije
- Ukoliko je primenjena amplitudska modulacija sa dva bočna opsega svaki modulisani signal zauzima B=2f_m, pa je FDM sistemom moguće preneti maksimalno $\boldsymbol{N = \lfloor (f_v - f_N)/(2f_m) \rfloor}$



15. Izračunati širinu opsega učestanosti potrebnu za prenos N telefonskih signala, primenom multipleksa sa frekvencijskom raspodelom kanala (sa ili bez korišćenja zaštitnog opsega). Spektar multipleksnog signala.

Sirina opsega ucestanosti : B=2f_m $\boldsymbol{N = \lfloor (f_v - f_N)/(2f_m) \rfloor}$

16. Prednosti prenosa informacija putem digitalnih signala u odnosu na analogne signale.

Prednosti:

- Problem prepoznavanja(rekonstrukcije) signala se svodi na problem odlucivanja
- Da bi se preneo analogni signal mora se poznavati tacna vrednost signala u svakom trenutku(usled izoblicenja dolazi do degradacije)

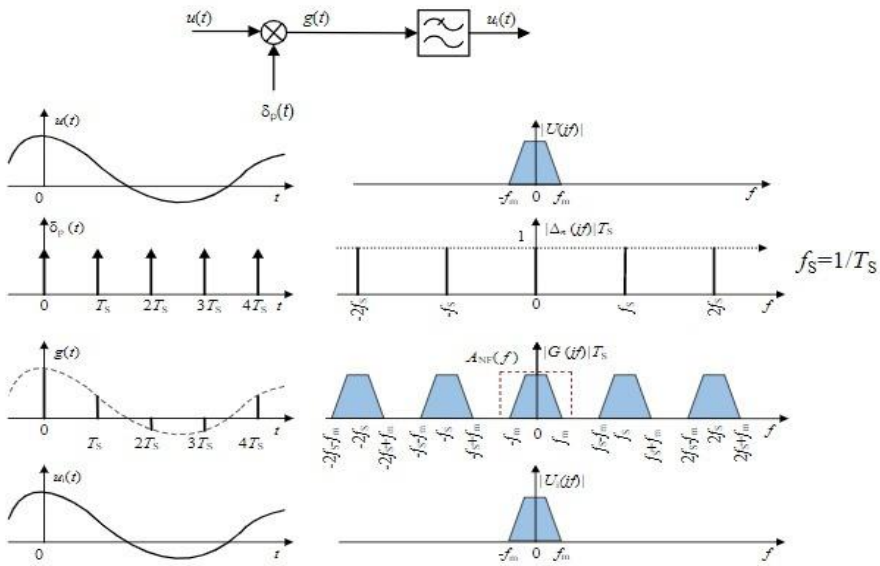
- Pri prenosu digitalnog signala u prijemniku nije potrebno prepoznati tacan oblik signala, vec samo da li je primljeni signal 0 ii 1. Posti je izgled 0 I 1 signala mnogo razlicit, cak se I pri velikom izoblicenju signala moze izvrsiti tacno odlucivanje
- Prenos na velikim rastojanjima I pri velikim protocima
- Dobro odlucivanje
- Multipleksiranje jednostavnije
- Obezbedjuje visok nivo tajnosti
- Skladistenje – pouzdanije I efikasnije

17. Postupak diskretizacije kontinualnog signala. Definisati šta je perioda odabiranja, a šta učestanost odabiranja. Spektar diskretizovanog signala.

Diskretizacija:

- Pre postupka diskretizacije kontinualan signal se propusta kroz NF filtar
- Granicna vrednost NF filtra se bira tako da nivo izoblicenja bude prihvatljiv
- Uzorci signala se uzimaju u ekvidistantnim intervalima Ts – PERIODA ODABIRANJA
- Učestanost sa kojom se uzimaju uzorci signala fS=1/Ts – UCESTANOST ODABIRANJA

Spektar diskretizovanog signala sadrži više (teorijski beskonačno mnogo) transliranih "kopija" spektra originalnog (kontinualnog) signala.



18. Formulisati teoremu o odabiranju. Objasniti značaj i oblasti primene.

Teorema o odabiranju:

- Ako kontinualni realni signal U(t) ima maksimalnu učestanost u spektru f_m, onda je taj signal u potpunosti opisan svojim trenutnim vrednostima uzetim u ekvidistantnim trenucima $\boldsymbol{T_s = 1 / f_s \leq 1 / (2f_m)}$.
- Odabirci uzeti su sa učestanosti odabiranja f_s koja je bar dva puta veća od f_m.
- Odabirci potpuno opisuju kontinualni siganl U(t)
- Ako se znaju odabirci siganal se moze verno rekonstruisati, ne mora se prenositi ceo signal
- Teorema govori koliko često treba uzimati odbirke signala
- Znacaj:
    - Omogućava diskretizaciju, a uz neke dodatne tehnike i digitalizaciju signala

19. Objasniti koji uslovi moraju da budu ispunjeni da bi se od diskretizovanog signala mogao potpuno verno rekonstruisati originalni kontinualni signal? Na koji način se tada vrši rekonstrukcija signala?

Rekonstrukcija

Kontinualan signal se iz svojih odbiraka rekonstruiše propuštanjem kroz idealni NF filtar granične učestanosti fm

- Da bi rekonstrukcija bila moguća potrebno da bude ispunjen uslov fS>2fm
- Ukoliko se znaju odbirci nekog signala, on se moze potpuno bezbedno rekonstruisati, pa nema potrebe

da se prenosi citav signal, vec samo odbirci. Teorema o odabiranju nam govoti koliko cesto treba uzimati odbirke da bi signal na strain prijema bio verno rekonstruisan.

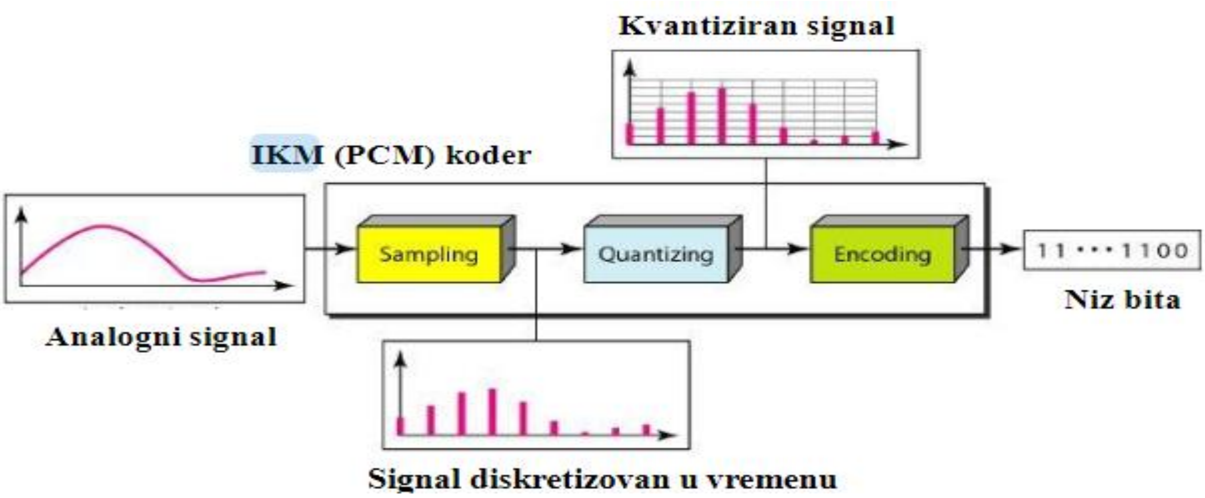
- Za ovaj process bi bilo potrebno generisati idealne delta impulse, tj. napraviti prekidac kojic e se beskonacno brzo otvarati I zatvarati, sto u praksi nije moguce
- Amplitudski deo prenosne karakteristike filtra treba da padne na nultu vrednost pre prve naredne kopije, ona ne sme da prodje kroz filtar, mora da se potisne
- U praksi se usvaja fS≥2.2*fm

20. Odrediti minimalnu učestanost odabiranja signala čija je maksimalna učestanost u spektru fm ako je za potrebe rekonstrukcije na raspolaganju realan NF filtar čija je širina prelazne oblasti jednaka Bp?

$$f_m + B_z < f_S - f_m \quad \Rightarrow \quad f_{m,\max} = \frac{1}{2}(f_S - B_z)$$

21. Objasniti postupak formiranja PCM (IKM) signala. Nacrtati blok šemu i objasniti funkcije svih blokova. IKM(impulsna kodna modulacija)

- Metod kojim se analogni signali predstavljaju digitalno(digitalni sistem modulacije)
- Sastoji se iz sledecih procesa:
  - Filtriranje NF filterom
    - Rezultat ovog procesa je modulišući signal u opsegu [0, f_m]
    - Neophodan proces da bi se preslo na odabiranje
  - Odabiranje – **diskretizacija u vremenu**
    - Odabiranje signala se vrši u t = nT= n/2f_m(n=1,2,...)
    - Regularno odabiranje
    - Dobijeni signal je diskretizovan po vremenu, ali ne i amplitudski
    - Svaki odbirak moze imati bilo koji amplitudski nivo
    - Rezultat odabiranja PAM signal
  - Kvantizacija-**diskretizacijapo vremenu i po amplitudi**
    - Zaokruživanje vrednosti amplituda i izvršava se sa maksimalnom greskom $\pm\Delta U / 2$
    - Kompletan dinamicki interval napona se deli na q podintervala $U = q\Delta U$, gde je ΔU korak kvantizacije
    - Moguce vrednosti amplituda odbiraka su
      - $\pm\Delta U/2, \pm 3\Delta U/2, \pm 5\Delta U/2, \ldots, \pm(q-1)\Delta U / 2$
    - Rezultat je signal sa ogranicenim brojem amplitudskih nivoa
    - $\Delta U = (U_{\max} - U_{min})/q$
  - Kodiranje
    - Svaki kvantizovani odbirak kodira se kombinacijom od log q bita
    - Rezultat je niz bitova, predstavljen implusima sa samo dva nivoa



22. Odrediti minimalni protok binarnog signala na izlazu PCM modulatora ako kontinualni signal na njegovom ulazu ima maksimalnu učestanost u spektru fm, odabiranje je idealno, a kvantizacija se radi sa q nivoa.

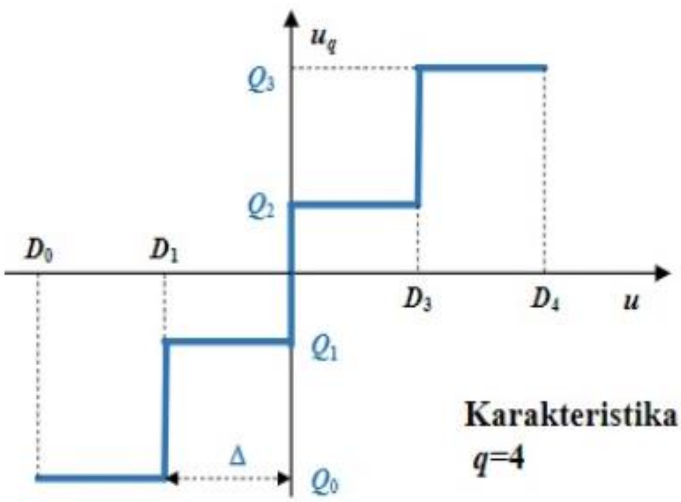
Binarni protok PCM signala

$$V_{b,PCM} = f_S \times n = f_S \times \log_2 q$$

23. Nacrtati karakteristiku uniformnog kvantizera sa $q=2^n$ nivoa. Koliko iznosi maksimalna greška kvantizacije? Odrediti odnos Signal/Šum kvantizacije ako odbirci signala na ulazi u kvantizer imaju uniformnu raspodelu.

Uniformni kvantizer sa $q=2^n$:

- Karakteristika kvantizacije opisuje proces konverzije vrednnosti amplituda odbitaka koji pripadaju kontinualnom opsegu u **skup diskretnih vrednosti amplituda**
- Ukupan dinamicki opsef amplituda ulaznog signala jednak (D_0-Dq) deli se na q **jednakih podintervala sirine *Δ*(ravnomerna kvantizacija)**
- Korak kvantizacije je ***Δ***
- Kvantizer zaokruzuje amplitude dolaznih odbiraka na vrednost najblizeg kvantizacionog nivoa Q_i(ukupno ih ima q)



Karakteristika kvantizacije $u_q(u)$

$q=4$

Maksimalna vrednost greske kvantizacije: $\Delta/2$

Posmatra se signal uniformno raspodeljen u opsegu U_{min}=-U/2 do U_{max}=U/2

Srednja snaga signala $P_S = \frac{U^2}{12} = \frac{(q \times \Delta)^2}{12}$

Srednja snaga šuma kvantizacije $P_{N_q} = \frac{\Delta^2}{12}$

Odnos signal-šum kvantizacije $\boxed{SNR_q = \frac{P_S}{P_{N_q}} = q^2}$

Odnos SNR_q u decibelima

$$snr_q[dB] = 10\log_{10} q^2 = 20\log_{10} q = 20n\log_{10} 2$$

Bolji kvalitet kvantizacije ima cenu u većem binarnom protoku PCM signala!

***q* ↗ *SNR*$_q$↗ *V*$_b$↗**

24. Za dati opseg vrednosti amplituda signala na ulazu u ravnomerni kvantizer [Umin, Umax] i dati broj nivoa kvantizacije odrediti vrednosti kvantizacionih nivoa i odgovarajuće kodne reči (primenjen prost binarni kod).

$\Delta = \frac{U_{max} - U_{min}}{q}$ $\quad\quad D_k = D_0 + k \cdot \Delta \, , k = 1, \ldots , q$

Kvantizacioni nivoi : $Q_k = \frac{D_k + D_{k+1}}{2} \quad , k = 0, \ldots , q-1$

25. **Objasniti koji su razlozi za primenu neravnomerne kvantizacije signala i kakva poboljšanja se mogu postići njenom primenom. Pojam kompresora i ekspandora.**

Neravnomerna kvantizacija:

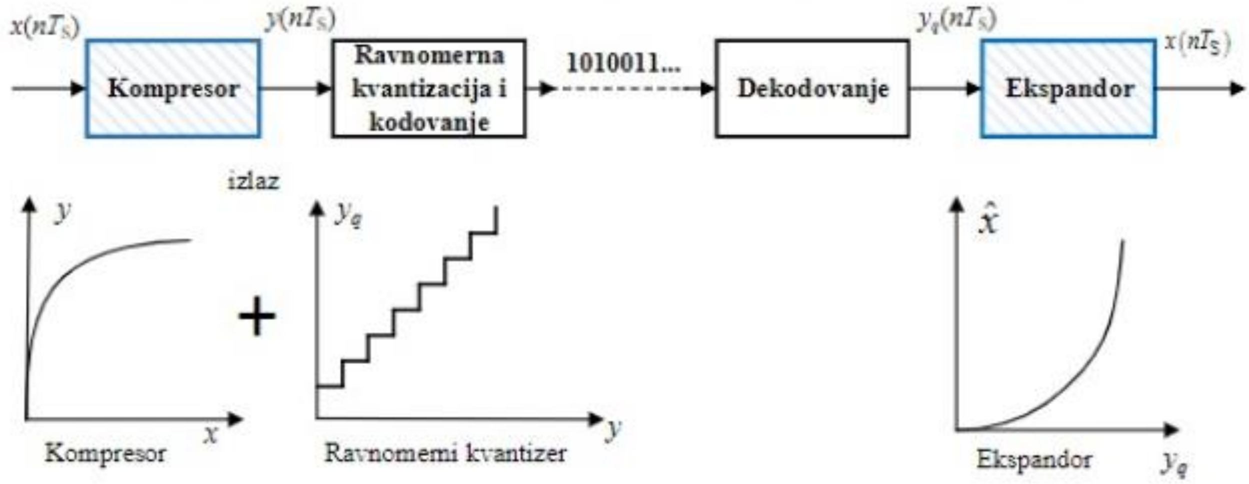
- Ravnomerna kvantizacija je optimalna samo u slucaju uniformne raspodele amplituda signala na ulazu u kvantizer, kada se svi kvantizacioni nivoi jednako cesto koriste
- Za signal koji dominantno ima male vrednosti amplituda, kvantizacioni nivoi vecih vrednosti se retko koirste pa je optimalnoje primeniti
- Tipicni signali (govor, audio signal, video signal,..) nemaju uniformnu raspodelu amplituda, pa za njih ravnomerna kvantizacija nije optimalna
- omogucuje manju gresku kvantizacije za male vrednosti amplituda signala na ulazu kvantizera
- Na taj nacin se postize ukupno smanjenje srednje kvadratne greske kvantizacije

Kompresor i ekspandor

- Realizacija robusnih neuniformnih kvantizera- kaskadna veza kompresora i uniformnog kvantizera

Kompresor:

- Vece pojacanje signale malih amplituda u odnosu na signale velikih amplituda
- Menja se raspodela amplituda signala na ulazu ravnomernog kvantizera
- Na prijemu, nakon dekodovanja(generisanje odbiraka), ekspandor vrsi funkciju inverznu kompresoru, da ne bi doslo do izoblicenja.
- Kvantizuju se finije odbirci manjih amplituda, a grublji odbirci vecih amplituda



26. **Postupak digitalizacije govornog signala. Ako se svaki odbirak predstavlja jednim bajtom, koliki je binarni protok dobijenog digitalnog signala? Kako se može rekonstruisati kontinualni govorni signal na osnovu svoje digitalizovane predstave.**

Signal govora – **fm**.
Odabiranje se vrsi ucestanoscu **fs**.
Kodovanje svakog odbirka n = 8 bita, **n = log2 (q)** → q = 256 nivoa
Binarni protok PCM signala iznosi **Vb = nfs**
Trajanje impulsa binarnog signala iznosi **Tb = 1/Vb**

Dekodovanje, filtriranje..

27. **Na koji način se audio signal maksimalne učestanosti u spektru fm=20kHz može predstaviti nizom nula i jedinica? Kako se od niza nula i jedinica može rekonstruisati audio signal? Koliko kapacitet je potreban za skladištenje digitalizovane vrednosti audio signala u intervalu trajanja 1h?**

fs≥2fm → fs ≥ 40kHz
Perioda odabiranja Ts = 1/fs = 25µs
t_tot = 3600s
n = log2 (q) – jedno dato?
Nb = t_tot n fs – potreban kapacitet

28. **Odrediti minimalan protok signala dobijenog primenom multipleksa sa vremenskom raspodelom N digitalnih**

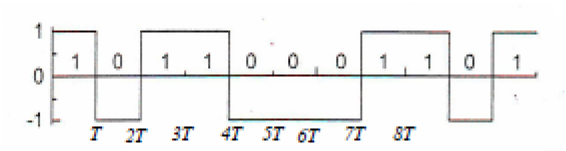
signala, kada je svaki od digitalnih signala dobijen A/D konverzijom kontinualnog signala čija je maksimalna učestanost u spektru jednaka signala fm, a primenjena je ravnomerna kvantizacija sa q nivoa.

fs=2fm – ucestanost odabiranja
n = log2 (q) – svaki odbirak se kodira predstavlja sa n bita
Vpcm = nfs – protok binarnog signala na izlazu PCM kodera
Tb,pcm = 1/Vpcm = Ts/n
Ts = 1/fs – perioda odabiranja svakog od N signala
Tmux,d = Ts/nN
Vmux,d = 1/Tmux,d = Nnfs – protok signala primenom multipleksa

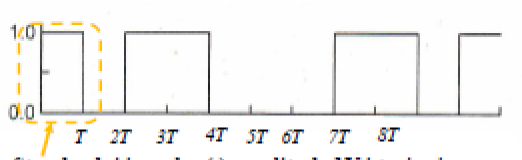
29. Nacrtati oblik digitalnog signala za datu informacionu sekvencu primenom datog linijskog koda (unipolarni NRZ/RZ, polarni NRZ/RZ, diferencijalni, AMI, Mančester) i navesti osnovne osobine signala. Signalizacioni interval i brzina signaliziranja digitalnog signala. Srednja snaga digitalnog signala.

Binarni digitalni signali:

- **Polarni binarni signal bez povratka na nulu, NRZ**

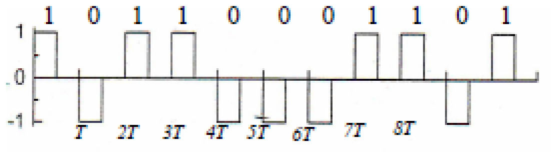


- **Unipolarni binarni signal bez povratka u nulu NRZ**

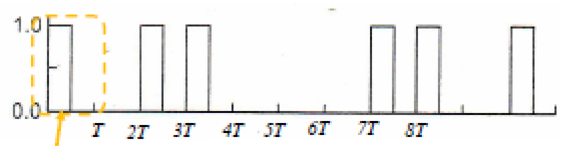


Standardni impuls $x(t)$ amplitude 1V i trajanja jednakog T (T signalizacioni interval)

- **Polarni binarni signal sa povratkom u nulu, RZ**



- **Unipolarni binarni signal sa povratkom u nulu RZ**



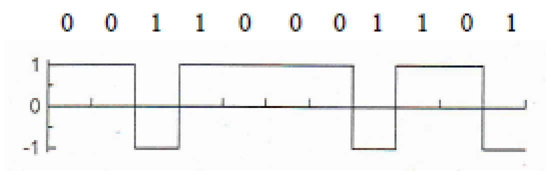
Standardni impuls $x(t)$ amplitude 1V i trajanja jednakog $T/2$ (T je signalizacioni interval)

Polarni signali u opstem slucaju, zavisno od informacionog sadrzaja, imaju vrednost amplitude koja je iz skupa {-U, +U}.

- Jednosmerna komponenta je jednaka nuli samo ako je P(0) = P(1)
- Polarni RZ ima dobre karakteristike po pitanju sinhronizacije (apsolutna vrednost signala predstavlja takt, tacno odredjuje pocetak i sredinu sign. Intervala)
- Za jednake vrednosti srednje snage, polarni signali su otporniji na sum od unipolarnih.

Unipolarni signali u opstem slucaju, zavisno od informacionog sadrzaja, imaju vrednost amplitude koja je iz skupa {0, +U}.

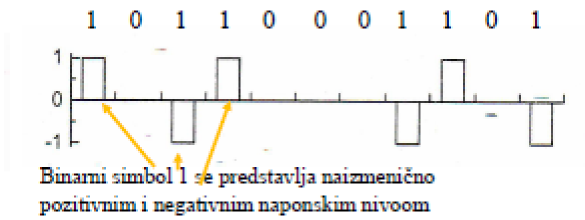
- Mogu biti NRZ ili RZ.
- NRZ i RZ unipolarni signali imaju DC komponentu uvek vecu od nule (nedostatak)
- **Diferencijalni**



Diferencijalni kod obezbedjuje da se salje jednak broj pozitivnih i negativnih impulsa, bez obzira na vrednost informacionog sadrzaja

- 1 - dovodi do promene polariteta digitalnog signala u posmatranom sign. intervalu
- 0 – nema promene naponskog nivoa
- DC komponenta uvek bliska nuli (na dovoljno dugoj sekvenci jednaka je nuli)

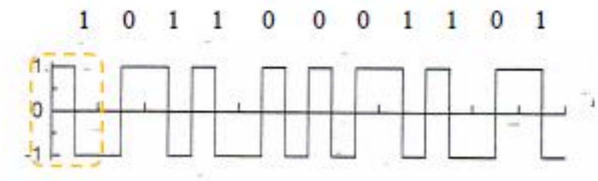
- **AMI**

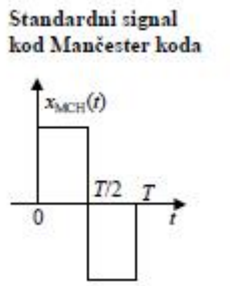


AMI kod

- 1 – naizmenicno se predstavlja kao -U ili +U (DC komponenta uvek jednaka 0)
- Dva uzastopna pozitivna ili negativna impulsa (+U, +U) ili (-U, -U) ukazuju da je doslo do greske pri prenosu – **kod ima sposobnost detekcije greske.**

- **Mancester**





Mancester kod

- 1 - Digitalni signal ima nivo +U u prvoj polovini intervala signalizacije trajanja T, u drugoj polovini -U
- 0 – Digitalni signal ima nivo -U u prvoj polovini intervala signalizacije trajanja T, u drugoj polovini +U
- Specifican oblik standardnog signala x(t), pa je DC komponenta uvek jednaka nuli.
- Tranzicija signala na polovini signalizacionog intervala, jednostavna sinhronizacija.

Signalizacioni interval i brzina signaliziranja digitalnog signala?

Srednja snaga signala

$$\boxed{P_{sr} = \frac{E_{sr}}{T} = \frac{1}{T}\left[P_0E_0 + P_1E_1\right] = \frac{1}{T}\left[P_0\int_0^T x_0^2(t)\,dt + P_1\int_0^T x_1^2(t)\,dt\right]}$$

- **Unipolarni NRZ**

$$P_{sr} = \frac{E_{sr}}{T} = \frac{1}{T}\left[P_0(0)^2T + P_1\cdot(U)^2T\right] = \frac{1}{T}\left[\frac{1}{2}(0)^2T + \frac{1}{2}\cdot(U)^2T\right] = \frac{U^2}{2}$$

- **Polarni NRZ**

$$P_{sr} = \frac{E_{sr}}{T} = \frac{1}{T}\left[\frac{1}{2}(-U)^2T + \frac{1}{2}\cdot(U)^2T\right] = U^2$$

- **Polarni RZ**

$$P_{sr} = \frac{E_{sr}}{T} = \frac{1}{T}\left[\frac{1}{2}(-U)^2\frac{T}{2} + \frac{1}{2}\cdot(+U)^2\frac{T}{2}\right] = \frac{U^2}{2}$$

- **Mančester kod**

$$P_{sr} = \frac{E_{sr}}{T} = \frac{1}{T}\left[P_0\cdot U^2T + P_1\cdot U^2T\right] = U^2$$

30. M-arni prenos signala. Nacrtati M-arni signal za zadatu informacionu sekvencu i zadat broj signalizacionih nivoa M. Trajanje signalizacionog intervala i vreme potrebno za prenos jednog bita. Za datu brzinu signaliziranja VS i broj amplitudskih nivoa M odrediti vrednost ekvivalentnog binarnog protoka.

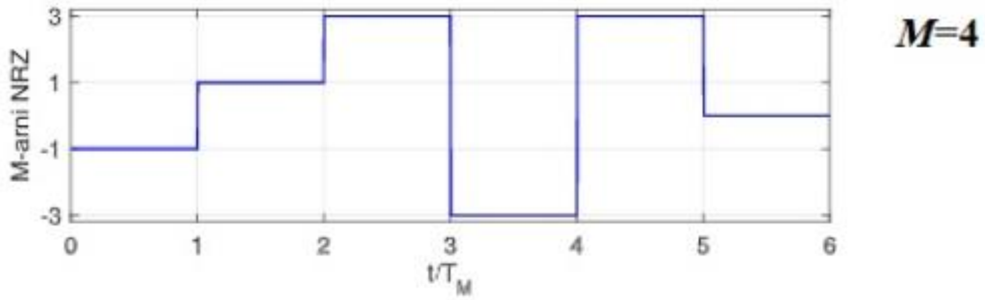
- Spektralna efikasnost moze se povecati primenom digitalnih signala sa vise amplitudskih nivoa (M-arnih kodova)

$$x_M(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(t-nT_M),\; a_n \in \{\pm 1,\ \pm 3,\ldots,(M-1)\}$$

- Sekvenca koja se prenosi sastoji se od simbola koji pripadaju skupu :

$$a_n \in \{\pm 1, \pm 3, \ldots, \pm(M\text{-}1)\}.$$

- Svaki od clanova skupa nosi informaciju o n = log2M binarnih simbola.
- U opstem slucaju svakoj n-bitnoj kombinaciji moze se pridruziti jedan od M = 2^n nivoa
- x(t) je standardni signal, pravougaoni impuls amplitude U i trajanja Tm.
- U toku trajanja sign. Intervala Tm prenosi se jedan od M mogucih simbol (naziva se i simbolski interval Ts = Tm).
- Brzina signaliziranja Vm = 1 / Tm predstavlja broj M-arnih simbola (impulsa) koji se prenose u jedinici vremena (naziva se i simbolski protok Vs = Vm).



- U jedinici vremena M-arni signal prenosi Vb,ekv = Vm log2M binarnih simbola – ekvivalentni binarni protok. Velicina Tb,ekv = 1 / Vb,ekv je ekvivalentni binarni signalizacioni interval.

31. Odrediti opseg učestanosti potreban za prenos binarnog signala protoka Vb ukoliko se prenos vrši primenom polarnog NRZ, polarnog RZ i M-arnog NRZ signaliziranja sa M amplitudskih nivoa (po kriterijumu prve nule u spektru). Pojam spektralne efikasnosti.

polarni NRZ → B = Vb
polarni RZ → B = 2Vb
M-arni NRZ → Vm = Vb/log2 (M) – Vb podeljeno sa brojem bita koji se prenosi jednim od M simbola

32. Objasniti uticaj ograničenog propusnog opsega na prenos signala. Pojam intersimbolske interferencije (ISI).

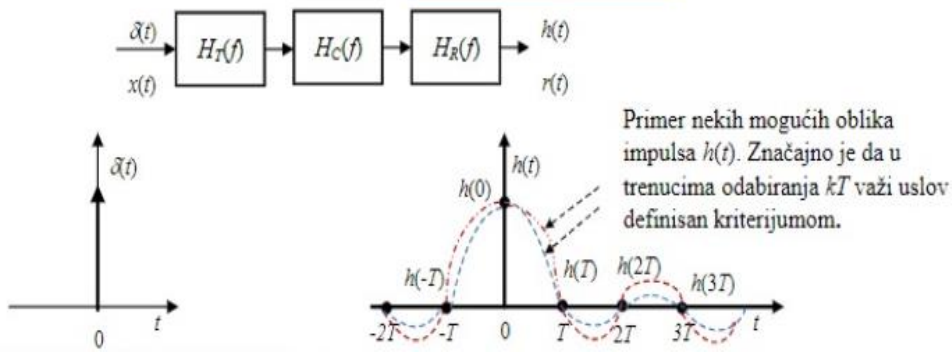
- Pravougaoni impuls cije je trajanje na ulazu u kanal manje ili jednako trajanju intervala T, na izlazu ima produzeno trajanje. Kao posledica ogranicenog propusnog opsega kanala, na izlazu linije veze dolazi do izoblicenja signala – razlivanja impulsa.
- Signal ne moze da bude ogranicen i u vremenu i u frekvenciji.
- Kao posledica razlivanja impulsa javlja se intersimbolska interferencija (ISI).
- Na izlazu linije veze dolazi do preklapanja impulsa koji poticu iz susednih intervala i njihovog medjusobnog mesanja. ISI dovodi do povecanja verovatnoce greske pri odlucivanju na prijemu.

33. Definisati I Nyquist-ov kriterijum. Odrediti maksimalnu brzinu signaliziranja u slučaju kada ekvivalentna linija veze ima karakteristiku idealnog Nyquist-ovog filtra maksimalne učestanosti fm.

- Nyquist se bavio analizom prenosa signala kroz kanal ograničenog opsega učestanosti. Odredio je uslove koje je potrebno da zadovoljava oblik impulsa h(t) na prijemu, tako da ISI nema uticaja na odlučivanje u prijemniku.
- U sistemu za prenos digitalnih signala neće doći do ISI ako :
  - Impulsni odziv h(t) zadovoljava uslov da je h(0)=h0 gde je h0= const. (h0≠0)
  - Vrednosti h(mT) jednake su nuli za sve celobrojne umnoške signalizacionog intervala T(m je bilo koji pozitivan ili negativan ceo broj)

I *Nyquist*-ov kriterijum (u vremenskom domenu):

$$h(mT)=\begin{cases} h_0, & m=0 \\ 0, & m\neq 0 \end{cases}$$



- Pri prenosu nece doci do ISI ukoliko spektar H(f) zadovoljava sledeci uslov:

I *Nyquist*-ov kriterijum u spektralnom domenu

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} H\left(f+\frac{n}{T}\right)=const.$$

- Funkcije prenosa i impulsa koje zadovoljavaju I Nyquistov kriterijum – Nyquistovi filtri i Nyquistovi impulsi

Idealni Nyquistov filtar:

- Za datu brzinu signaliziranja (Vs = 1/T), oblik spektra signala H(f) koji zauzima minimalnu mogucu sirinu opsega ucestanosti je pravougani oblik spektra sa maksimalnom ucestanoscu fm = 1/2T. U tom slucaju ekvivalentna linija veze ima karakteristiku NF filtra granicne ucestanosti fm.

Idealni Nyquistov impuls:

$$h(t)=h_0\sin(2\pi f_m t)/(2\pi f_m t)$$

- Maksimalna brzina signaliziranja (emitovanja impulsa) jednaka je Vs = 2fm.
- (moguc je prenos i manjom brzinom bez ISI, ali se mora odabrati na odredjen nacin)

34. Odrediti maksimalan ekvivalentan binarni protok signala koji se prenosi preko linije veze koja ima karakteristiku idealnog Nyquist-ovog filtra maksimalne učestanosti fm, ukoliko se vrši signaliziranje sa M=2n amplitudskih nivoa.

- M = 2
- Maksimalna brzina signaliziranja Vs = 2fm
- Binarnim signaliziranjem moguce je preneti signal maksimalnog protoka Vb = …
- M-arnim signaliziranjem moguce je preneti signal ekv. binarnog protoka n = log2M = 1 puta vecim od Vb po svakom M-arnom simbolu.

35. Objasniti zbog čega se u praksi koristi uobličavanje impulsa primenom klase filtara sa kosinusoidalno zaobljenom amplitudskom karakteristikom.

- Nyquist je definisao kriterijume za prenos signala bez dejstva ISI u ogranicenom opsegu ucestanosti
- Filtri sa kosinusoidalno zaobljenom amplitudskom karakteristikom predstavljaju klasu filtaea koja takodje zadovoljava Nyquist-ov kriterijum
- Znacaj:
    - zbog veceg zaobljenja amplitudske karakteristike jednostavnijr aproksimirati prakticnim filtrima
- Praktican problem predstavlja sto filtar nije realizibilan
- Zbog stmog prelaza iz propusnog u nepropusni deo karakteristike nije jednostavno ostvariti dobro aproksimaciju
- Nyquist-ov kriterijum je izveden pod pretpostavkom idelane sihronizacije:
    - Odabiranje se vrsi u tacno odredjenim trenucima kT
    - U prakticnim okolnostima dolazice do odredjenjih odstupanja
    - ISI koja nastaje kao posledica greske u sihronizaciji moze biti velika