Elektrotehnički fakultet u Beogradu
Ispit iz **Fizike za SI**
Ispitni rok: januar 2014. (13.1.2014. godine).
Trajanje ispita je $2,5\,\mathrm{h}$
Predmetni nastavnici: Predrag Marinković i Peđa Mihailović

I deo

1. Poštanski avion je u horizontalnom letu na visini H iznad broda, koji plovi u istoj vertikalnoj ravni i u istom smeru kao avion, brzinom v_B. U trenutku kada je horizontalno rastojanje između avion i zadnjeg dela broda (krme) R avion pušta poštansku futrolu. Ako je dužina broda L, odrediti opseg brzina aviona za koje će poštanska futrola pasti na brod ako se kreće putanjom kosog hitca.

2. Pun homogen disk poluprečnika R zarotiran je do ugaone brzine ω_0 i stavljen u ugao između poda i vertikalnog zida. Koeficijent trenja između svih dodirnih površina je isti i iznosi μ. Odrediti broj obrtaja diska dok se ne zaustavi.

3. Tačka se kreće po krugu radijusa $R = 2\,\mathrm{m}$ konstantnim tangencijalnim ubrzanjem $a_\tau = 1\,\mathrm{m/s^2}$. Nakon kog vremena od početka kretanja normalno ubrzanje tačke će postati dva puta veće od tangencijalnog ubrzanja? U tom trenutku vremena naći intenzitet brzine, intenzitet ubrzanja i ugao između vektora tangencijalnog ubrzanja i ubrzanja tačke.

4. Motociklista se vozi po "zidu smrti" u obliku vertikalnog kružnog cilindra radijusa $R = 10\,\mathrm{m}$, tako da mu je trajektorija u horizontalnoj ravni. Kolika treba da je minimalna brzina motocikliste pa da ne sklizne naniže? Koeficijent trenja je $\mu = 0.8$. Ubrzanje zemljine teže je $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$. Smatrati da je motociklista materijalna tačka.

Elektrotehnički fakultet u Beogradu
Ispit iz **Fizike za SI**
Ispitni rok: januar 2014. (13.1.2014. godine).
Trajanje ispita je $2,5\,\mathrm{h}$
Predmetni nastavnici: Predrag Marinković i Peđa Mihailović

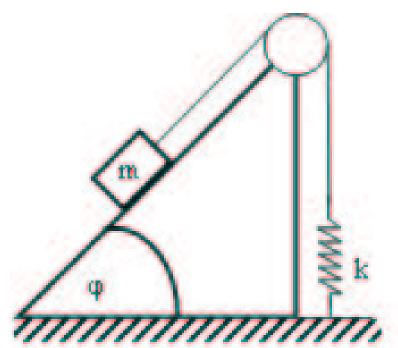
II deo

5. Ka pešaku koji se nalazi na pešačkom prelazu približava se automobil nekom konstantnom brzinom sa uključenom sirenom frekvencije $f_0 = 340\,\mathrm{Hz}$, a sa druge strane se udaljava drugi automobil sa uključenom sirenom iste frekvencije f_0 i iste konstantne brzine kao u slučaju prvog automobila. Ako pešak čuje zvučne udare frekvencije $f_B = 12\,\mathrm{Hz}$, kolika je brzina automobila? Brzina zvuka u vazduhu je $c = 340\,\mathrm{m/s}$.

6. Tanka žica podužne mase μ_1 zavarena je za debelu žicu podužne mase $\mu_2 > \mu_1$, a slobodni krajevi žica su zategnuti nekom silom. Ako je koeficijent transmisije snage transverzalnog talasa koji prelazi iz tanje u deblju žicu T, odrediti odnos amplituda transmitovanog i refelektovanog talasa.

7. Matematičko klatno načinjeno je od idealnog konca dužine l i kuglice. Kuglica se zameni homogenom kuglom poluprečnika R gde je kraj konca povezan sa površinom kugle. Ako je $R = l/4$, za koliko treba skratiti konac da bi period malih oscilacija klatna ostao nepromenjen?

8. Odrediti period oscilovanja sistema sa slike 1 ako je masa tega m, masa homogenog diska $3m/4$, a krutost opruge k. Idealni konac namotan je na disk i nema proklizavanja, strma ravan, nagibnog ugla φ, je idealno glatka, a disk može rotirati bez trenja oko horizontalne ose kroz težište.



Slika 1: *Uz zadatak 8.*

Elektrotehnički fakultet u Beogradu
Ispit iz **Fizike za SI**
Ispitni rok: januar 2014. (13.1.2014. godine).
Trajanje ispita je $2,5\,\mathrm{h}$
Predmetni nastavnici: Predrag Marinković i Peđa Mihailović

III deo

9. Prozorsko okno sastoji se iz tri stakla koeficijenta kondukcije $\lambda_s = 0.84\,\mathrm{W/(m\,K)}$, od kojih je svako debljine $d_s = 4.2\,\mathrm{mm}$. Između stakala su slojevi vazduha koeficijenta kondukcije $\lambda_v = 0.023\,\mathrm{W/(m\,K)}$ svaki debljine $d_v = 23\,\mathrm{mm}$. Koeficijent konvektivnog prelaza toplote sa vazduha u sobi na unutrašnje staklo i koeficijent prelaza toplote konvekcijom sa spoljašnjeg stakla na okolinu su isti i iznose $\alpha = 10\,\mathrm{W/(m^2K)}$. Ako je temperatura vazduha u sobi $t_v = 22,15°\mathrm{C}$, a temperatura okoline $t_0 = 0°\mathrm{C}$, koliki je gubitak toplotne snage po jedinici površine prozorskog okna?

10. Električni otpornik mase m i specifične toplote c se nalazi na ambijentalnoj temperaturi t_A. Ako se u trenutku vremena $\tau = 0$ kroz otpornik uspostavi konstantna struja takva da se u njemu generše konstantna toplotna snaga P, odrediti kako se menja temperatura otpornika t_R tokom vremena τ. Termička otpornost između otpornika i ambijenta je θ_{RA} i ne menja se tokom vremena. Kolika je temperatura otpornika (asimptotska temperatura) nakon vremena $\tau \gg mc\theta_{RA}$?

11. Na planparalelnu staklenu pločicu indeksa prelamanja n, debljine d, pada laserski snop svetlosti, iz vazduha, pod uglom α. Odrediti pomeraj izlanog snopa u odnosu na ulazni. Odrediti upadni ugao laserskog snopa β tako da reflektovana svetlost bude linearno polarizovana bez obzira na ulaznu polarizaciju.

12. U široku staklenu posudu uliva se voda, indeksa prelamanja n_V, konstantnim masenim protokom. Brzina sipanja vode kontroliše se pomoću lasera, talasne dužine λ. Laserski snop pada na mirnu površinu vode pod uglom α. Interferencija u refleksiji, između dela snopa koji se reflektuje od površine vode i dela snopa koji se reflektuje od površine stakla se beleži fotodetektorom. Ako se maksimumi na detekroru pojavljuju sa periodom T, kolika je brzina rasta nivoa vode u posudi?

Rešenje zadatka 1. Neka se koordinatni sistem postavi tako da je x-osa horizontalno, a y-osa vertikalno naviše orijentisana. Koordinatni početak neka je ispod mesta izbacivanja futrole.

Kako je brzina aviona v_A, parametarske jednačine horizontalnog hica su

$$x = v_A t\,, \tag{1}$$

$$y = H - gt^2/2\,. \tag{2}$$

Futrola pada na površinu broda (približno mora) za vreme τ, kada je $y = 0$. Sledi

$$\tau = \sqrt{\frac{2H}{g}}\,. \tag{3}$$

Minimalnu brzinu aviona dobijamo iz uslova (tada futrola pada na krmu)

$$v_{A,min}\tau = v_B\tau + R\,, \tag{4}$$

odakle je

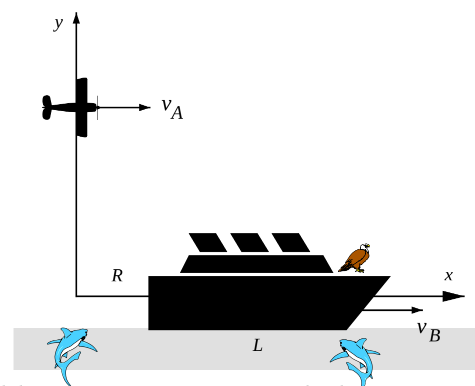
$$v_{A,min} = v_B + R\sqrt{\frac{g}{2H}}\,. \tag{5}$$

Maksimalnu brzinu dobijama iz uslova (tada fitrola pada na pramac broda)

$$v_{A,max}\tau = v_B\tau + R + L\,, \tag{6}$$

odakle je

$$v_{A,max} = v_B + (R+L)\sqrt{\frac{g}{2H}}\,. \tag{7}$$



Slika 2: *Uz rešenje zadatka zadataka 1.*

Rešenje zadatka 2. Važi

$$-F_{tr1} + N_2 = 0\,, \tag{8}$$

$$-mg + N_1 + F_{tr2} = 0\,, \tag{9}$$

gde je

$$F_{tr1} = \mu N_1\,, \tag{10}$$

$$F_{tr2} = \mu N_2\,. \tag{11}$$

Odatle je

$$N_1 = \frac{mg}{1+\mu^2}\,, \tag{12}$$

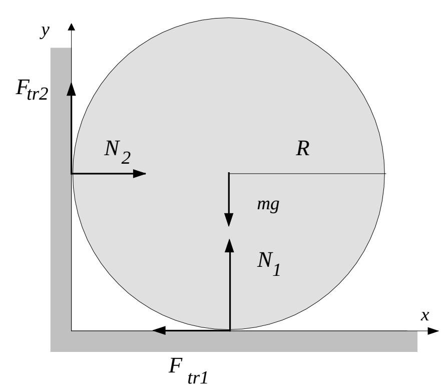
$$N_2 = \frac{\mu mg}{1+\mu^2}\,. \tag{13}$$

Momentna jednačina je ($I = (1/2)mR^2$)

$$I\alpha = -RF_{tr1} - RF_{tr2}\,, \tag{14}$$

odakle je

$$\alpha = -\frac{2g}{R}\frac{1+\mu}{1+\mu^2}\,. \tag{15}$$



Slika 3: *Uz rešenje zadatka zadataka 2.*

Ugaona brzina se menja tokom vremena prema

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t = \omega_0 - \frac{2g}{R}\frac{1+\mu}{1+\mu^2}, \tag{16}$$

Iz uslova $\omega(\tau) = 0$ sledi

$$\tau = \frac{\omega_0 R(1+\mu^2)}{2g(1+\mu)}. \tag{17}$$

Ugao rotacije je

$$\varphi(t) = \omega_0 t + \alpha t^2/2\,, \tag{18}$$

odakle je

$$\varphi(\tau) = \frac{\omega_0^2 R(1+\mu^2)}{4g(1+\mu)} = 2\pi n\,, \tag{19}$$

gde je n broj obrtaja.

Broj obrtaja je

$$n = \frac{\omega_0^2 R(1+\mu^2)}{8\pi g(1+\mu)}. \tag{20}$$

Rešenje zadatka 3. Normalno ubrzanje je

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \tag{21}$$

Tangencijalno ubrzanje je

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \tag{22}$$

S obzirom na to da je konstantno i da je tačka krenula iz mira, sledi da je

$$v = a_\tau t\,. \tag{23}$$

Na osnovu jed. 21 i 23, sledi

$$t = \frac{1}{a_\tau}\sqrt{Ra_n}\,. \tag{24}$$

Na osnovu uslova $a_n = 2a_\tau$, sledi

$$t = \sqrt{\frac{2R}{a_\tau}} = 2\,\mathrm{s}\,. \tag{25}$$

Intenzitet brzine u tom trenutku je

$$v = a_\tau t = 2\,\mathrm{m/s}\,. \tag{26}$$

Intenzitet normalnog ubrzanja je

$$a_n = 2a_\tau = 2\,\mathrm{m/s^2}\,. \tag{27}$$

Intenzitet ubrzanja je

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{5}\,\mathrm{m/s^2}\,. \tag{28}$$

Tangens ugla između tangencijalnog ubrzanja i ubrzanja je

$$\tan\theta = a_n/a_\tau = 2/1 = 2\,, \tag{29}$$

dok je ugao $\theta = \arctan 2$.

Rešenje zadatka 4. Zadatak je zgodno rešiti u neinercijalnom sistemu referencije. U horizontalnom pravcu na motocilkistu deluje rekacija podloge N (prema centru krivine trajektorije) i centrifugalna sila $F_c = m\omega^2 R$ (u suprotnom smeru u odnosu na N). U vertkalnom pravcu na gore deluje sila trenja F_{tr}, a na dole gravitacija mg. Mora da važi (statički problem u neinercijalnom referentnom sistemu)

$$N = m\omega^2 R\,, \tag{30}$$

$$F_{tr} = mg\,, \tag{31}$$

gde je $F_{tr} = \mu N$ i $v = \omega R$. Odavde je minimalna brzina

$$v = \sqrt{gR/\mu} = 10/\sqrt{8}\,\mathrm{m/s}\,. \tag{32}$$

Rešenje zadatka 5. Frekvencija zvuka koju čuje pešak od automobila koji se njemu približava je

$$f_1 = f_0 \frac{c}{c-v}\,,$$

gde je v brzina automobila, dok je frekvencija koju čuje od automobila koji se udaljava od njega

$$f_2 = f_0 \frac{c}{c+v}\,.$$

Frekvencija izbijanja je

$$f_B = f_1 - f_2 = f_0 \frac{c}{c-v} - f_0 \frac{c}{c+v} = f_0 \frac{2vc}{c^2 - v^2}\,.$$

Odatle se dobija kvadratna jednačina po brzuni automobila v oblika

$$v^2 + \frac{2f_0 c}{f_B} v - c^2 = 0\,.$$

Rešenja ove kvadratne jednačine su

$$v = -f_0 c/f_B \pm \sqrt{f_0^2 c^2/f_B^2 + c^2}\,.$$

S obzirom na to da je smer kretanja već unapred odabran, bira se rešenje sa znakom +, pa se ima ($f_B \ll f_0$)

$$v = \frac{c}{f_B}\left(\sqrt{f_0^2 + f_B^2} - f_0\right) = \frac{c f_B}{\sqrt{f_0^2 + f_B^2} + f_0} \simeq \frac{c f_B}{2 f_0} = 6\,\mathrm{m/s}\,.$$

Rešenje zadatka 6. Koeficijent transmisije snage je

$$T = \frac{Z_2}{Z_1} t^2 = \frac{\sqrt{\mu_2 F}}{\sqrt{\mu_1 F}} t^2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}\, t^2\,,$$

gde je $t = \psi_{0,t}/\psi_{0,i}$. Odatle je

$$t = \sqrt{\sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} T}\,.$$

Koeficijent refleksije snage je

$$R = 1 - T = r^2\,,$$

gde je $r = \psi_{0,r}/\psi_{0,i}$. Odatle je

$$r = \sqrt{1-T}\,.$$

Traženi odnos amplituda je

$$\frac{\psi_{0,t}}{\psi_{0,r}} = t/r = \frac{\sqrt{\sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}}T}}{\sqrt{1-T}}$$

Rešenje zadatka 9. Specifični toplotni protok je

$$q = \frac{t_v - t_0}{R_{th}} = 10\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\,,$$

gde je termička otpornost

$$R_{th} = 2\frac{1}{\alpha} + 3\frac{d_s}{\lambda_s} + 2\frac{d_v}{\lambda_v} = 2,215\,\frac{\mathrm{m^2K}}{\mathrm{W}}\,.$$

Rešenje zadatka 10.

Kalometrijska jednačina glasi

$$P d\tau - \frac{t_R(\tau) - t_A}{\theta_{RA}} d\tau = mc\,dt_R(\tau)\,.$$

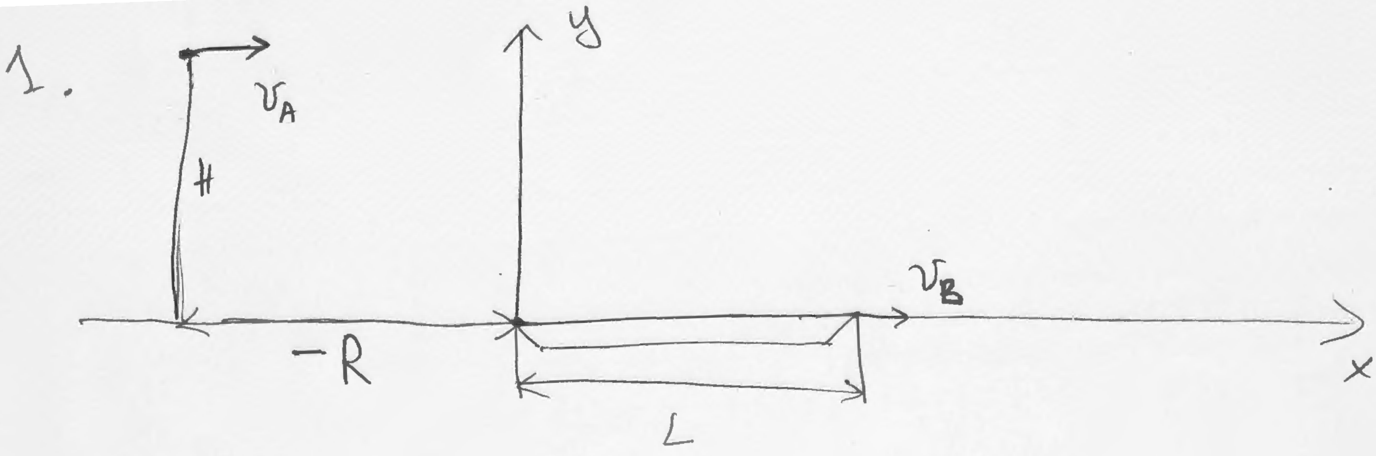
Uzimajući da je $t_R(\tau = 0) = t_A$, rešenje gornje diferencijalne jednačine je

$$t_R(\tau) = t_A + P\theta_{RA}\big(1 - e^{-\frac{\tau}{mc\theta_{RA}}}\big)\,.$$

Asimptotska temperatura je

$$t_{R,asimp} = t_A + P\theta_{RA}\,.$$

1.



$$\vec{r}(t=0) = (-R, H)$$

$$\vec{v}(t=0) = v_A - v_B = v_0$$

$$x(t) = v_0 t - R \qquad v_x(t) = v_0$$

$$y(t) = H - \frac{gt^2}{2} \qquad v_y(t) = -gt$$

$$y(\tau) = 0 \quad \Rightarrow \quad \tau = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$x(\tau) = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = v_0 \tau - R$$

$$R = (v_A - v_B)\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

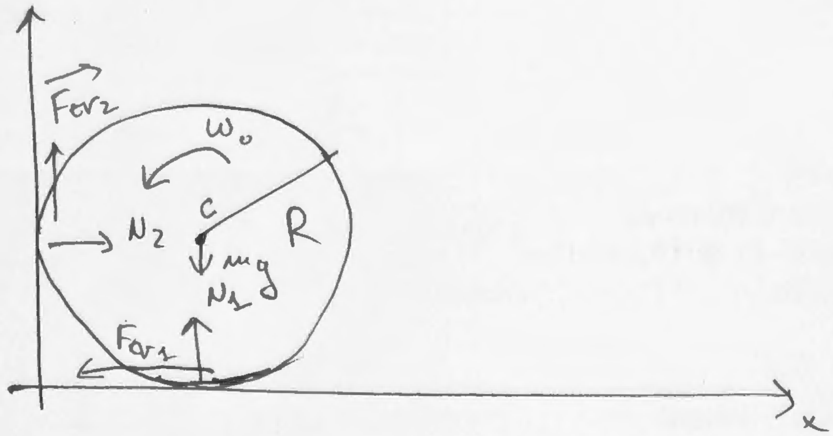
$$R\sqrt{\frac{g}{2H}} + v_B = v_A$$

$$x(\tau) = L \qquad L = v_0 \tau - R$$

$$(R + L)\sqrt{\frac{g}{2H}} + v_B = v_A$$

$$v_A \in \left(v_B + R\sqrt{\frac{g}{2H}},\ v_B + (R+L)\sqrt{\frac{g}{2H}}\right)$$

2.



$$x: \quad -F_{tr_1} + N_2 = 0 \qquad (1)$$

$$y: \quad -mg + N_1 + F_{tr_2} = \emptyset \qquad (2)$$

$$F_{tr_1} = \mu N_1 \qquad F_{tr_2} = \mu N_2$$

$$(1) \Rightarrow N_2 = \mu N_1$$

$$(2) \Rightarrow -mg + N_1 + \mu^2 N_1 = \emptyset$$

$$N_1 = \frac{mg}{1+\mu^2}$$

$$N_2 = \frac{\mu mg}{1+\mu^2}$$

$$c: \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F_{tr_1}} + \vec{r} \times \vec{F_{tr_2}}$$

$$M = -RF_{tr_1} - RF_{tr_2} = -Rmg\frac{1+\mu}{1+\mu^2} = I\alpha$$

$$\alpha = -\frac{\cancel{Rmg}}{\frac{\cancel{mR^2}}{2}}\frac{1+\mu}{1+\mu^2} = \frac{2g}{R}\frac{1+\mu}{1+\mu^2}$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t = \omega_0 - \frac{2g}{R}\frac{1+\mu}{1+\mu^2}t$$

$$\omega(\tau) = \emptyset \Rightarrow \tau = \frac{\omega_0 R(1+\mu^2)}{2g(1+\mu)}$$

$$\varphi(t) = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

$$\varphi(\tau) = \frac{\omega_0^2 R(1+\mu^2)}{2g(1+\mu)} - \frac{\cancel{g}}{\cancel{R}}\,\frac{\cancel{1+\mu}}{\cancel{1+\mu^2}}\,\frac{\omega_0^2 R^{\cancel{2}}(1+\mu^2)^{\cancel{2}}}{4g^{\cancel{2}}(1+\mu)^{\cancel{2}}}$$

$$= \frac{1}{4}\,\frac{\omega_0^2 R(1+\mu^2)}{g(1+\mu)}$$

$$n = \frac{\varphi(\tau)}{2\pi} = \frac{\omega_0^2 R(1+\mu^2)}{8\pi g(1+\mu)}$$

3. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ $\quad T' = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgS}}$

$$I = \frac{2}{5}mR^2 + m(l_1+R)^2$$

$$S = l_1 + R$$

$$T = T' \Longleftrightarrow \frac{l}{\cancel{g}} = \frac{\frac{2}{5}\cancel{m}R^2 + \cancel{m}(l_1+R)^2}{\cancel{m}\cancel{g}(l_1+R)}$$

$$l l_1 + lR = \frac{2}{5}R^2 + l_1^2 + 2l_1R + R^2$$

$$R = \frac{l}{4}$$

$$\underline{l l_1} + \underline{\underline{\frac{l^2}{4}}} = \frac{2}{5}\underline{\underline{\frac{l^2}{16}}} + l_1^2 + \underline{2l_1\frac{l}{4}} + \underline{\underline{\frac{l^2}{16}}}$$

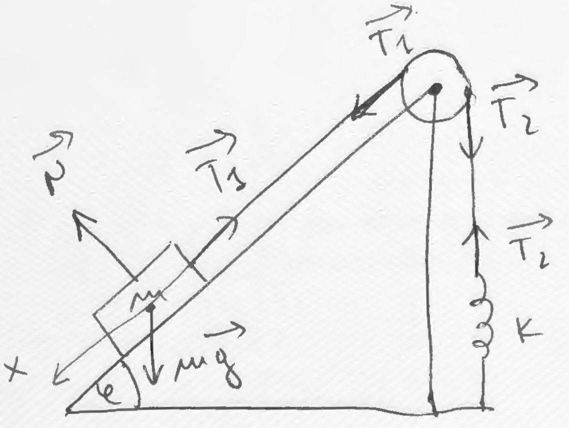
$$l_1^2 - \frac{1}{2}l l_1 - 13/80\, l^2 = \phi$$

$$\left(\frac{l_1}{l}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{l_1}{l}\right) - \frac{13}{80} = 0$$

$$\frac{l_1}{l} = \frac{\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{13}{20}}}{2}$$

$$\frac{l_1}{l} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{18}{20}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{9}{10}} \approx 0{,}724$$

$$l_1 = 0{,}724\, l$$



Ако је нула координатног система у равнотежном положају:

$$T_2 = (x + x_0)k \qquad (1)$$

Где је x_0 истезање опруге у равнотежном положају.

$$I = \frac{mR^2}{2}$$

$$C: \; I\alpha = T_1 R - T_2 R \qquad (2)$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$a_x = \alpha R \qquad\qquad x: \; m a_x = mg\sin\varphi - T_1 \qquad (3)$$

$$(2) \Rightarrow \frac{mR^2}{2}\,\frac{1}{R}\,\frac{d^2x}{dt^2} = R(T_1 - T_2)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{m}{2}\frac{d^2x}{dt^2} &= T_1 - T_2 \\ (3) \qquad m\frac{d^2x}{dt^2} &= mg\sin\varphi - T_1 \end{aligned}\right\} +$$

$$\frac{3}{2}m\frac{d^2x}{dt^2} = mg\sin\varphi - kx - kx_0$$

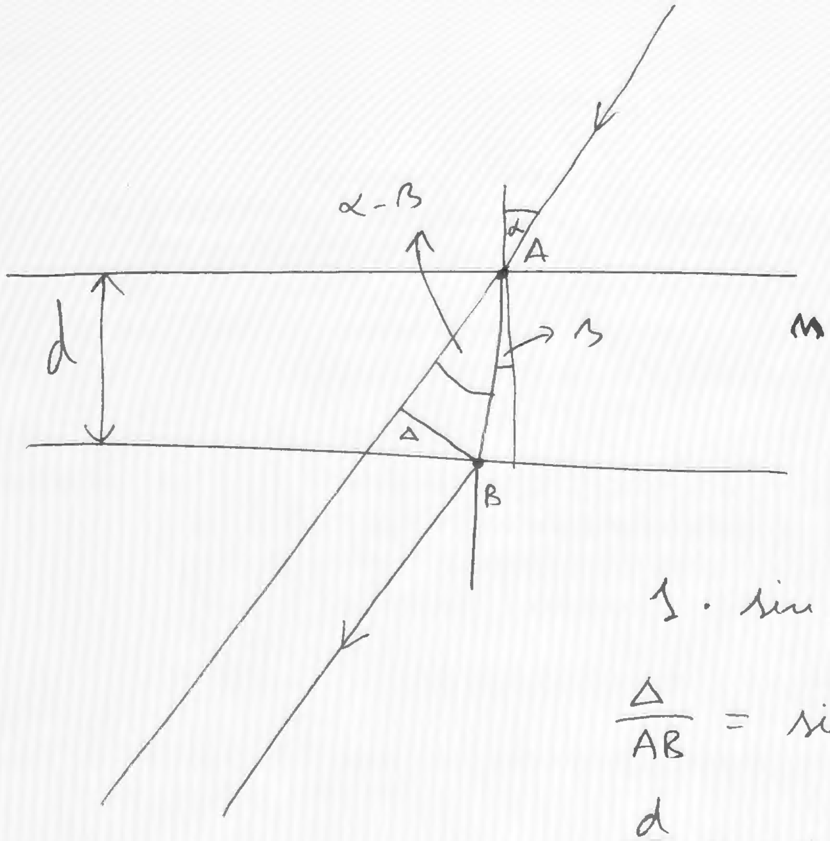
У равнотежном положају $\alpha = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 \Rightarrow kx_0 = mg\sin\varphi$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2k}{3m}x = 0$$

$$\omega^2 = \frac{2k}{3m} \qquad \omega = \sqrt{\frac{2k}{3m}} = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{2k}}$$

11.



$$1 \cdot \sin\alpha = n \sin\beta \quad (1)$$

$$\frac{\Delta}{AB} = \sin(\alpha - \beta) \quad (2)$$

$$\frac{d}{AB} = \cos\beta \quad (3)$$

$$\Delta = \frac{d}{\cos\beta}(\sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha) =$$

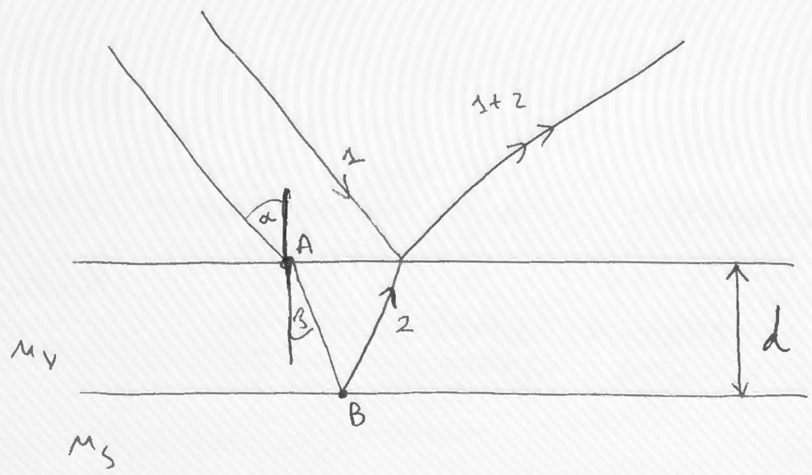
$$= d(\sin\alpha - \cos\alpha \, \mathrm{tg}\,\beta)$$

$$(1) \Rightarrow \mathrm{tg}\,\beta = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$$

$$\Delta = d\sin\alpha\left(1 - \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}\right)$$

$$\mathrm{tg}\,\theta_p = \frac{n}{1} \qquad \theta_p = \mathrm{arctg}\, n$$

12.



$$1 \cdot \sin\alpha = \mu_v \sin\beta$$

$$\frac{d}{AB} = \cos\beta$$

$$OPD = 2\mu_v AB = \frac{2\mu_v d}{\cos\beta}$$

$$\left.\begin{aligned} OPD(t_1) &= z\lambda = \frac{2\mu_v}{\cos\beta} d(t_1) \\ OPD(t_2) &= (z+1)\lambda = \frac{2\mu_v}{\cos\beta} d(t_2) \\ t_2 - t_1 &= T \end{aligned}\right\} -$$

$$\lambda = \frac{2\mu_v}{\cos\beta}\Delta d \qquad \Delta d = \frac{\lambda\cos\beta}{2\mu_v} = \frac{\lambda}{2\mu_v}\frac{\sqrt{\mu^2 - \sin^2\alpha}}{\mu_v}$$

$$v = \frac{\Delta d}{T} = \frac{\lambda}{2\mu_v T}\frac{\sqrt{\mu^2 - \sin^2\alpha}}{\mu_v}$$