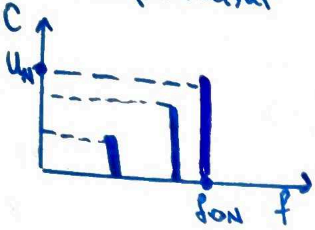
PMT PITANJA K2

1. Odrediti amplitudski i fazni spektar N kosinusoida učestanosti f_{0k}, amplitude U_k, početne faze θ_k. Nacrtati jednostrani i dvostrani amplitudski i fazni spektar signala.

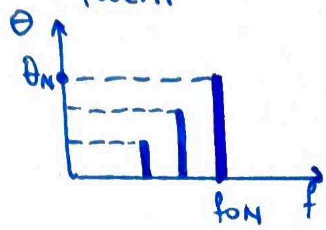
- $x(t) = U \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta)$, u frekvencijskom domenu:

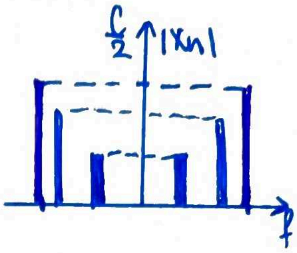
Jednostrani spektar: $f \geq 0$ Dvostrani spektar: $-\infty < f < +\infty$

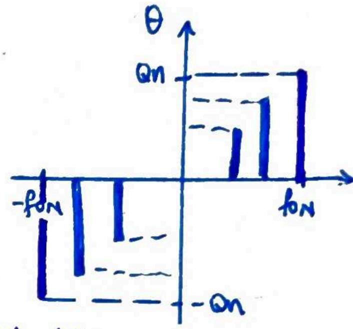
• amplitudski



• fazni







2. Na koji način se periodičan signal može predstaviti u obliku sume prostoperiodičnih komponenti? Definicija furijeovog reda. Šta predstavlja amplitudski a šta fazni spektar? Osnovne osobine spektra periodičnog signala. Šta predstavlja komponenta na 0Hz?

- Kada je poznat vremenski oblik, možemo signal opisati sumom prostoperiodičnih komponenti, tj. amplitudskim i faznim spektrom kojima su definisane njihove amplitude i početne faze.
- Za svaki realan periodičan signal uoči se perioda T i osnovna učestanost signala $f_0 = 1/T$ i tad ga predstavljamo sumom kosinusoida čije su učestanosti celobrojni umnošci f_0 (nf_0)
- Ako $x(t)$ ispunjava uslov $\int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|dt < \infty$ može da se predstavi u obliku kompleksnog Furijeovog reda $\boxed{x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{+j2\pi n f_0 t}}$ $\boxed{X_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\, e^{-j2\pi n f_0 t} dt}$ Kompleksni furijeovi koeficijenti

Kompleksni spektar se predstavlja preko amplitudskog i faznog spektra $X_n = |X_n| e^{j\theta_n}$, $|X_n|$ i θ_n def samo za nf_0 (dvostrani spektar)

- Amplitudski spektar je parna fja učestanosti (realna funkcija) $|X_n| = |X_{-n}|$
- fazni spektar je neparna realna funkcija učestanosti $\theta_n = -\theta_{-n}$
- Osobine spektra: diskretan, def samo za $f = nf_0$, beskonačan broj komponenti, rastojanje između komponenti je $f_0 = 1/T$, ne može biti manje od toga

Trig. furijeov red: $\boxed{x(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(2\pi n f_0 t + \theta_n)}$ Na 0Hz → C_0, jednosmerna komponenta (srednja vrednost) signala

3. Spektar snage periodičnog signala. Definisati Parsevalovu teoremu i objasniti njen značaj

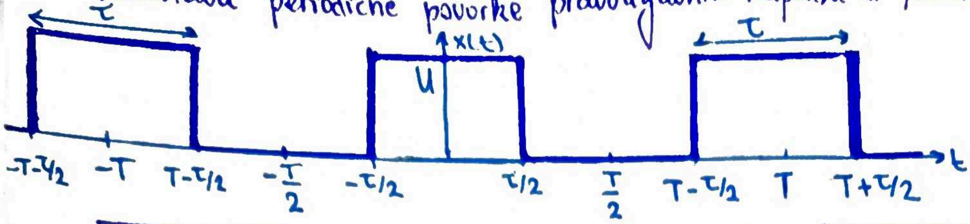
- Spektar snage je kvadrat dvostranog amplitudskog spektra (diskretan, realan). On pokazuje koji deo snage je sadržan u n-tom harmoniku.

$\boxed{S_{11}(nf_0) = |X_n|^2}$ Srednja snaga signala na osnovu vrem. oblika: $\boxed{P_{sr} = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt}$

- Parsevalova teorema: Psr se može izračunati sabiranjem srednjih snaga svih harmonika signala, tj. kvadrata svake od njegovih komponenti (snaga na jed. otpornosti)

$\boxed{P_{sr} = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |X_n|^2 = |X_0|^2 + 2\sum_{n=1}^{\infty} |X_n|^2}$ Omogućava da Psr odredimo i u spektralnom domenu i da računamo koji deo Psr je sadržan u nekom opsegu učestanosti (izdvojenim komponentama) → značaj

4. Spektar periodične povorke pravougaonih impulsa (amp U, trajanje τ, perioda T)
Uticaj vrednosti parametara signala na spektar signala.
Kako se menja spektar signala kada parametri imaju granične vrednosti. $\frac{\tau}{T} = \frac{1}{2}$
Predstava periodične povorke pravougaonih impulsa u formi Fourier-ovog reda



Spektar signala $x(t)$: $\boxed{X_n = \frac{U\tau}{T}\frac{\sin(n\pi\tau f_0)}{n\pi\tau f_0}}$

$$\boxed{x(t) = X_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2|X_n|\cos(2\pi n f_0 t + \theta_n)}$$

Besk. suma kosinusoida amplituda $2|X_n|$

$$\boxed{X_n = \underbrace{\frac{U\tau}{T}\overbrace{\frac{\sin(n\pi\tau f_0)}{n\pi\tau f_0}}^{*}}_{\text{amplitudski spektar } |X_n|} = |X_n|e^{j\theta_n}}$$

Osobine spektra: beskonačno širok, diskretan

fazni spektar $\theta_n = \arg(X_n) = \begin{cases} 0, & * \geq 0 \\ \pm\pi, & * < 0 \end{cases}$

- Komponente se mogu nalaziti na $f = nf_0$ a ne moraju (mogu da imaju i vrednost 0)
- Nule anvelope (obvojnice) spektra su na $f_{k,nule} = k \cdot \frac{1}{\tau}$ $(k \in \mathbb{Z}, k \neq 0)$ one mogu (a ne moraju) da se poklope sa učestanošću harmonika

Granični slučajevi:
- $\tau\downarrow \Rightarrow$ nule anvelope se pomeraju na višim vrednostima za $\tau \to 0$ anvelopa spektra postaje ravna
- $T\uparrow \Rightarrow$ spektar se zgušnjava, za $T \to \infty$ spektar postaje kontinualan (a signal aperiodičan)

5. Odrediti Psr periodične povorke pravougaonih impulsa. Na koji način se može odrediti Psr komponenti signala (u opsegu f) do f_d (za date parametre), a kako u opsegu f_d do f_g.

Vremenski domen: $P_{sr} = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{-\tau/2}^{+\tau/2} U^2 dt = \frac{U^2\tau}{T} = \frac{U^2}{3}$

Spektralni domen (pars. t.): $P_{sr} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}|X_n|^2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(\frac{U\tau}{T}\right)^2\left(\frac{\sin(n\pi\tau f_0)}{n\pi\tau f_0}\right)^2 = \frac{U^2}{3}$

Do f_d: $P_{sr} = |X_0|^2 + 2\sum^{\lfloor \frac{f_d}{f_0} \rfloor} |X_n|^2$ Od f_d do f_g: $P_{sr} = 2\sum_{\lfloor \frac{f_d}{f_0} \rfloor}^{\lfloor \frac{f_g}{f_0} \rfloor} |X_n|^2$

6. Spektar usamljenog pravougaonog impulsa (U, τ). Kako se menja spektralna gustina amplituda kada se τ smanjuje? Nacrtati spektar u graničnom slučaju $\tau \to 0$, $U\tau = 1$ (delta impuls)

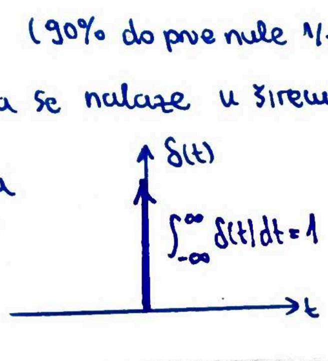
- $T \to \infty, f_0 = 0$, aperiodičan kontinualan signal (definisan za svako f)

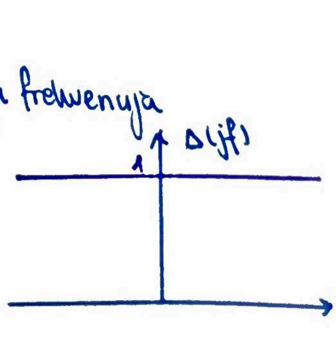
$$\boxed{X(jf) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi f t}dt = \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} U e^{-j2\pi f t}dt = U\tau\frac{\sin \pi f\tau}{\pi f \tau}}$$ Spektar signala

- Ukupna energija signala: $E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt = U^2\tau$ (90% do prve nule $1/\tau$)
- Za kraće trajanje τ, značajne komponente signala se nalaze u širem opsegu frekvencija

Delta impuls: $\tau \to 0$, teorijski ∞ amplituda ali tako da njegova površina ima jediničnu vrednost

Spektar je beskonačno širok, kontinualan i konstantan na svim učestanostima





7. Sličnosti i razlike spektra periodične povorke pravougaonih impulsa i usamljenog pravougaonog impulsa.

Spektar usamljenog: beskonačno širok, kontinualan (komponente na svim učestanostima)

nule spektra na $f = k/\tau$ $(\sin(\pi f_k \tau) = 0)$

Spektar usamljenog pravougaonog impulsa trajanja $\tau = 1ms$ predstavlja anvelopu spektra periodične povorke impulsa

8. Koje su osnovne osobine linearnog sistema? Definisati funkciju prenosa. Objasniti šta predstavljaju amplitudska i fazna karakteristika linearnog sistema.

- Linearni sistem pobudu $x(t)$ transformiše u odziv $y(t)$ i zadovoljava osobine:
  - Homogenost: $f[a x(t)] = a f[x(t)] = a y(t)$
  - Aditivnost: $f[x_1(t) + x_2(t)] = f[x_1(t)] + f[x_2(t)] = y_1(t) + y_2(t)$
  - Vremenska invarijantnost (karakteristike se ne menjaju tokom vremena)

    $f[x(t)] = y(t) \Rightarrow f[x(t-t_0)] = y(t-t_0)$

    Linearnost + v. invarijantnost ⇒ LTI sistemi (linear time invariant)

$x(t) = \underline{X_0} \cos(2\pi f_0 t + \underline{\theta_x}) \longrightarrow y(t) = \underline{Y_0} \cos(2\pi f_0 t + \underline{\theta_y})$

Periodično: $x(t) = \sum_i X_i \cos(2\pi f_i t + \theta_{xi})$ pobuda $\longrightarrow \boxed{Y_i = A_i X_i \quad \theta_{yi} = \theta_{xi} + \chi_i} \longrightarrow y(t) = \sum_i Y_i \cos(2\pi f_i t + \theta_{yi})$ odziv

- Ako spektar signala pobude ima komponente na određenim učestanostima, komponente u signalu odziva (njegovom spektru) se mogu pojaviti samo na njima
- Amplitudska karakteristika: Pojačanje linearnog sistema na učestanosti f je odnos amplituda komponenata odziva i pobude $\boxed{A(f) = Y(f)/X(f)}$

  $\boxed{A(f) = |H(jf)|}$ određuje pojačanje
- Fazna karakteristika: $\boxed{\chi(f) = \arg\{H(jf)\}}$ određuje promenu faze komponente pobude na proizvoljnoj učestanosti f.

  Preko ove dve karakteristike se pokazuje funkcija prenosa $\boxed{H(jf) = A(f) e^{j\chi(f)}}$

  Ako je spektar pobude $X(jf)$ a odziva $Y(jf)$ važi $\boxed{Y(jf) = H(jf) X(jf)}$

9. Opisati idealan sistem za prenos u vremenskom i spektralnom domenu

- Signal sa ulaza ne sme da bude izobličen na izlazu (treba da ostane istog oblika)
- Amplituda može da bude promenjena (dovoljno je da je pojačanje konstantno)
- Signal može da bude zakašnjen u vremenu
- Prenosna funkcija idealnog sistema: Konstantno pojačanje na svim učestanostima, fazna karakteristika je linearna fja učestanosti, konstanta t_0 koja određuje nagib krive fazne karakteristike određuje kašnjenje pri prenosu.

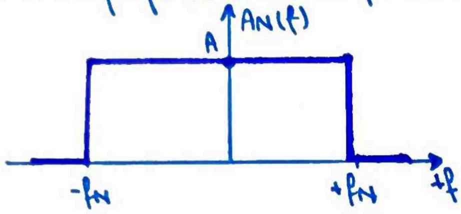
$$Y(jf) = \int_{-\infty}^{\infty} A x(t-t_0) e^{-j2\pi f t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} A x(\tau) e^{-j2\pi f (t_0+\tau)} d\tau = A e^{-j2\pi f t_0} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau$$

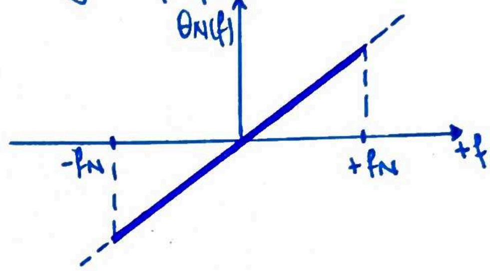
$$\Rightarrow \boxed{Y(jf) = A e^{-j2\pi f t_0} X(jf)} \quad \boxed{A(f) = A = Const,\ \chi(f) = -2\pi f t_0}$$

10. Opisati vrste filtara i definisati njihove funkcije prenosa.
Objasniti način rada filtara u spektralnom domenu.

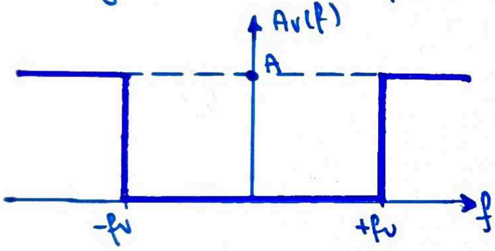
- Idealni filtri imaju idealne karakteristike u konačnom opsegu učestanosti (propusni opseg) a u nepropusnom delu $A = 0$ i komponente u ovom delu opsega ne postoje na izlazu filtra
- Realni filtri imaju karakteristike koje odstupaju od idealnih

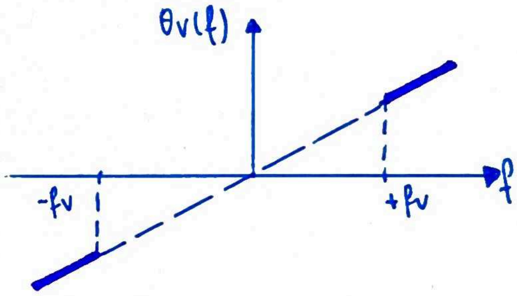
• NF filtar (Low Pass filter): idealni filtar propusnik niskih učestanosti, propušta samo deo spektra signala sa ulaza na učestanostima nižim od granične f_N.
  - U opsegu $f \le f_N$ $A = const$, fazna karakteristika je linearna funkcija učestanosti
  - Kada $f_N \to \infty$, filtar postaje idealan sistem prenosa
  - Kašnjenje može da se predstavi preko faznog kašnjenja $\theta(f)$: $\theta(f) = -\chi(f)$



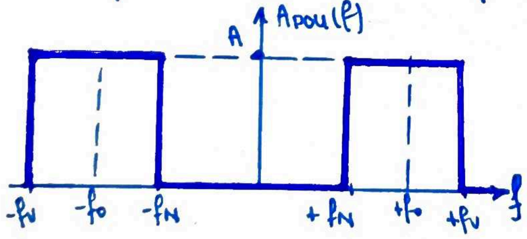


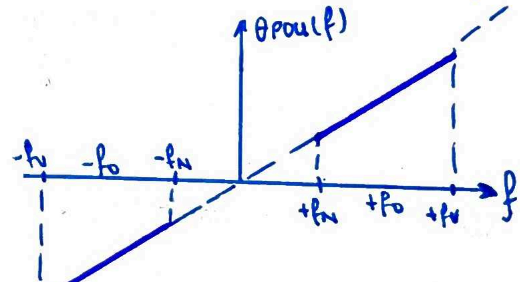
• VF filtar (High Pass filter): idealni filtar propusnik visokih učestanosti, propušta samo deo spektra signala sa ulaza koji se nalazi na frekvencijama višim od granične učestanosti f_V



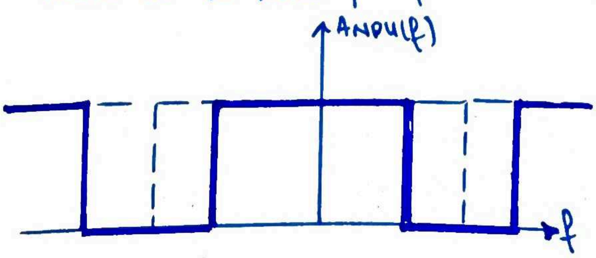


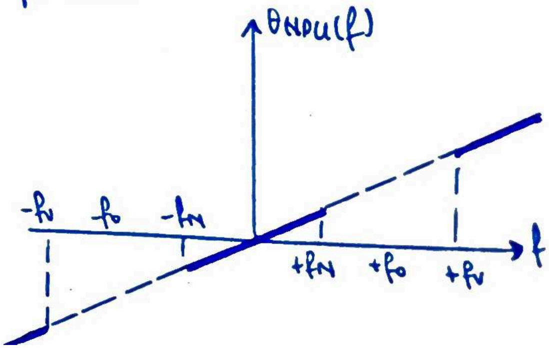
• Filtar propusnik opsega učestanosti (Band Pass filter): Između granica f_N i f_V, amplitudska karakteristika je konstantna, a fazna je linearna funkcija učestanosti





• Filtar nepropusnik opsega učestanosti (Band Stop filter, notch filter): Propušta samo deo spektra ulaznog signala koji se nalazi u opsezima $(0, f_N)$ i (f_V, ∞).
  - Kada $f_N = f_V$ filtar postaje idealan sistem prenosa





11. Aditivni beli Gausov šum (ABGŠ). Odnos SNR na izlazu NF filtra kada na njegovom ulazu postoji dejstvo korisnog signala i ABGŠ čija je jednostrana SGSS p_N.

-Termički šum je pojava svojstvena svim sistemima čija apsolutna temperatura T > 0K.
Može se opisati modelom Aditivnog belog Gausovog šuma (ABGŠ).
Šum je aditivna smetnja i superponira se (dodaje) na koristan signal.

- ABGŠ je savršeno "brzopromenljiv" signal koji ima Gausovu (normalnu) raspodelu amplituda srednje vrednosti jednake 0 i varijanse σ^2.
  - Autokorelaciona funkcija (zavisnost vrednosti signala u trenucima pomerenim za τ) ima vrednost $\neq 0$ samo za $\tau = 0$ (Delta impuls)
  - Ne postoji "sličnost" između $x(t)$ i $x(t+\tau)$ čak i za vrlo male τ.

- Spektralna gustina srednje snage (SGSS) ABGŠ je konstantna - $S_N(f)$
  Jednostrana $p_N = 2S_N(f)$, $f \geq 0$ (definisana samo za pozitivno f)

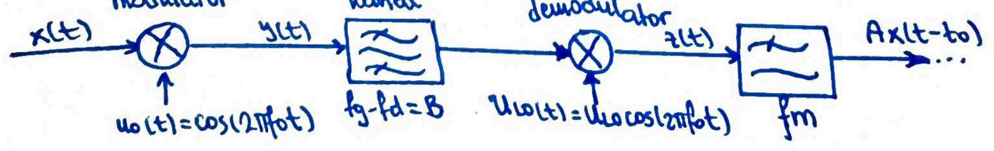
- Kroz NF filtar: Srednja vrednost šuma se ne menja, jednaka je nuli. Srednja snaga šuma na izlazu je manja, računa se kao: $\boxed{P_N = \int_{-B}^{B} S_N(f)\,df = \int_{-B}^{B} \frac{p_N}{2}\,df = p_N B}$

- SNR (signal-to-noise ratio) je odnos snage signala P_S i šuma P_N: $\boxed{snr[dB] = 10\log_{10} SNR = 10\log_{10}\frac{P_S}{P_N}}$

12. Pojam modulacije. Koji su razlozi za primenu modulacionih postupaka? Definisati modulišući i modulisani signal, signal nosioca.

- Postupkom modulacije značajne spektralne komponente se mogu translirati u željeni opseg učestanosti koji zavisi od odabira (kada se bitne komponente nalaze unutar propusnog opsega sistema)
- Modulacija je postupak modifikovanja parametra jednog determinističkog periodičnog signala u funkciji karakterističnih parametara drugog (proizvoljnog) signala.
- Originalni nosilac poruke je modulišući signal $u_m(t)$, pomoćni periodični signal je nosilac, $u_0(t)$ a nosilac modifikovan modulišućim signalom je modulisani signal $u(t)$
- Razlozi:
  - što uspešnije iskorišćenje mogućnosti linije veze
  - kod radio prenosa (dimenzije antene direktno srazmerne talasnoj dužini, obrnuto srazmerne učestanosti signala na kojoj se signal prenosi)
  - isti medijum prenosa iskorišćen za više signala koje emituju nezavisni izvori (multipleksiranje → važno za radio prenos)

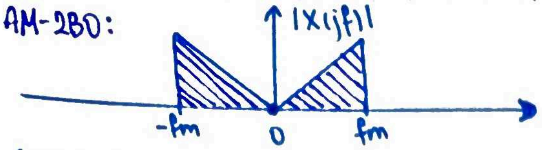
13. Opisati AM-2BO (AM-1BO) modulacioni postupak, nacrtati blok-šemu kompletnog sistema za prenos i objasniti princip rada. Nacrtati spektar AM-2BO (AM-1BO) signala kada je učestanost nosioca f_0, a modulišući signal zauzima opseg učestanosti od 0 do f_m.



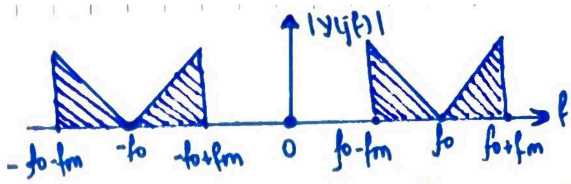
Širina spektra x(t): $\boxed{B_m = f_m - 0 = f_m}$
Širina spektra amplitudski modulisanog signala (sa 2 bočna opsega): $\boxed{B_{AM2BO} = (f_0+f_m) - (f_0-f_m) = 2f_m}$

- Spektar signala y(t) je spektar X(jf) transliran za f_0 levo i desno: $\boxed{Y(jf) = \frac{1}{2}X(j(f+f_0)) + \frac{1}{2}X(j(f-f_0))}$
- Amplituda nosioca se menja u zavisnosti od promena modulišućeg signala. Anvelopa modulisanog signala je srazmerna modulišućem signalu x(t).

AM-2BO:

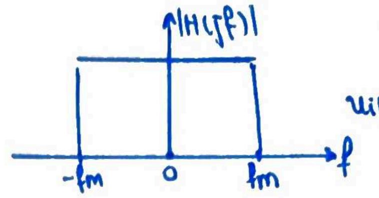


Spektar modulišućeg signala x(t)



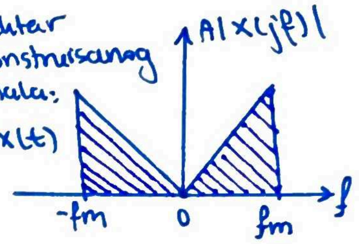
Spektar modulisanog signala, prenosi se u pogodnom opsegu koji je određen učestanošću nosioca fo.

Na prijemu se modulisan signal demoduliše tj množi nosiocem i kao rezultat se dobija z(t) koji ima komponente translirane oko 0Hz, i oko 2fo. Primenom NF filtra se izdvajaju komponente x(t) i eliminišu one oko 2fo.



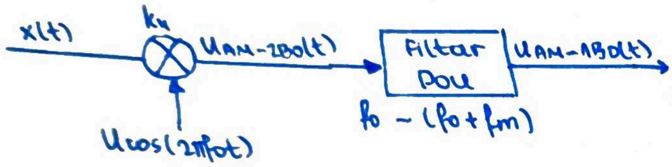
Spektar rekonstruisanog signala:

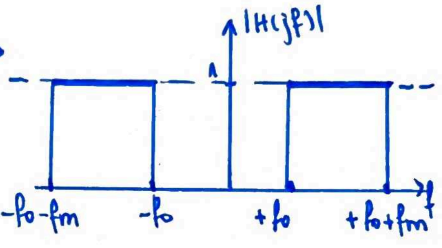
$u_i(t) \sim x(t)$

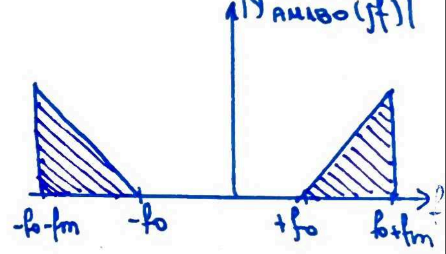


AM-1BO: U AM-2BO se poruka nalazi u oba bočna opsega amplitudski modulisanog signala. Spektralna efikasnost se povećava ako se prenosi samo jedan (gornji/donji) bočni opseg.

- AM-1BO se dobija od AM2BO filtriranjem samo jednog bočnog opsega.



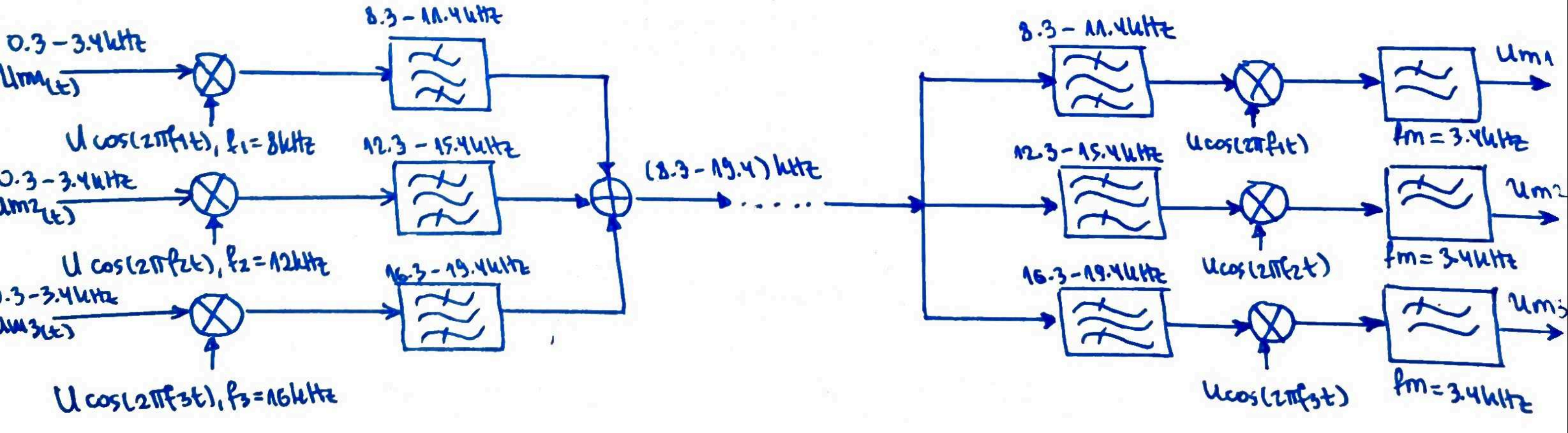




14. Objasniti princip formiranja multipleksa sa frekvencijskom raspodelom kanala. Nacrtati blok šemu kompletnog sistema za prenos N telefonskih signala primenom AM1BO (ili AM2BO) modulacije.

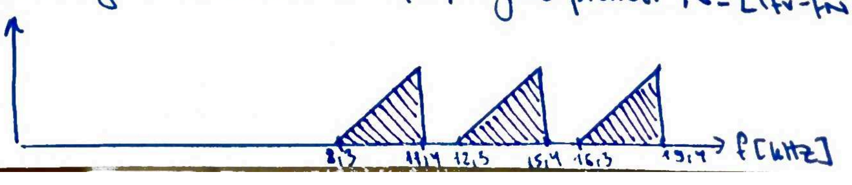
Frekvencijski multipleks (FDM) predstavlja način na koji se više nezavisnih signala može istovremeno preneti zajedničkim sistemom za prenos koji prenosi od fN do fV (modelovan filtrom POU)

- Svih N signala se prenose istovremeno u različitim opsezima učestanosti
- Širina spektra koju zauzima modulisan signal u svakom od kanala zavisi od primenjene modulacije (za AM2BO: modulisan zauzima $B=2f_m$, FDM prenosi maksimalno $\boxed{N=\lfloor (f_V-f_N)/2f_m \rfloor}$)



15. Izračunati širinu opsega učestanosti potrebnu za prenos N telefonskih signala primenom FDM (sa ili bez korišćenja zaštitnog opsega). Nacrtati spektar multipleksnog signala

- Amp modulacija: svaki modulisani signal zauzima $B=2f_m$, moguće preneti $N=\lfloor (f_V-f_N)/(2f_m) \rfloor$
- Spektar multipleksnog signala (gornji bočni opsezi):



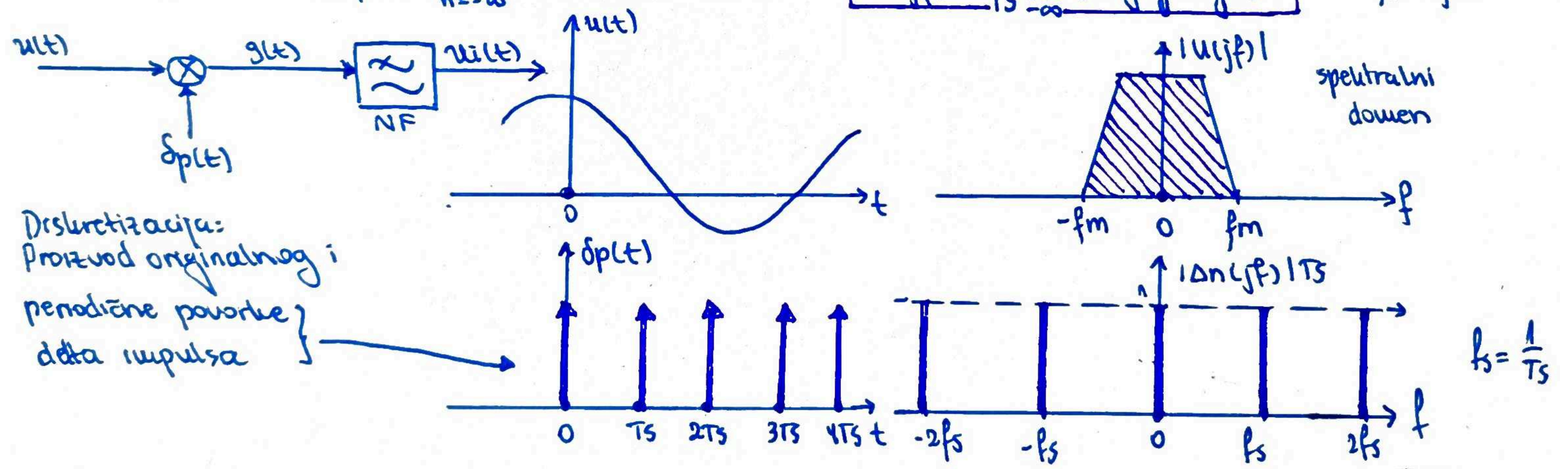
16. Prednosti prenosa informacija putem digitalnih signala u odnosu na analogne signale

- Digitalni signali su otporniji na dejstvo interferencije i šuma
  (u prijemniku nije bitno rekonstruisati tačan oblik signala već prepoznati da li odgovara obliku kojim se predstavlja 1 ili 0; moguće je tačno odlučivanje i ako je signal na ulazu izobličen)
- Mogućnost korišćenja regeneratora (omogućava se prenos signala na velikim rastojanjima)
- Multipleksiranje signala je jednostavnije
- Prenos može biti veoma pouzdan, visok nivo tajnosti podataka
- Pouzdanije i efikasnije skladištenje podataka

17. Opisati postupak diskretizacije kontinualnog signala maksimalne učestanosti u spektru f_m. Definisati period i učestanost odabiranja. Nacrtati spektar diskretizovanog signala, ako je max učestanost u spektru kontinualnog signala f_m a pri diskretizaciji je korišćena učestanost odabiranja f_s.

- Pre: kontinualan signal se propušta kroz NF filtar čija se granična učestanost bira tako da se prenesu značajne spektralne komponente.
  - Uzorci signala se uzimaju u ekvidistantnim intervalima T_s → perioda odabiranja
  - Učestanost sa kojom se uzimaju uzorci signala $f_s = 1/T_s$ → učestanost odabiranja
- Spektar diskretizovanog signala sadrži više (teorijski ∞) transliranih "kopija" spektra originalnog (kontinualnog) signala. Susedne kopije su razmaknute za f_s.

$$g(t) = u(t)\,\delta_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(nT_s)\,\delta(t-nT_s) \Rightarrow \boxed{G(jf) = \frac{1}{T_s}\sum_{-\infty}^{\infty} U[j(f-nf_s)]} \qquad f_s > 2f_m$$



18. Formulisati teoremu o odabiranju. Objasniti značaj i oblasti primene.

- Ako kontinualni realni signal $u(t)$ ima max. učestanost u spektru f_m, onda je taj signal u potpunosti opisan svojim trenutnim vrednostima uzetim u ekvidistantnim trenucima trajanja $\boxed{T_s = 1/f_s \le 1/(2f_m)}$
- Ako je $f_s \ge 2f_m$, ovi odbirci u potpunosti opisuju kontinualni signal $u(t)$

- Značaj:
  - Ako se znaju odbirci nekog signala on se može potpuno verno rekonstruisati pa nema potrebe da se prenosi čitav kontinualan signal, dovoljno je preneti samo odbirke
  - Teorema govori koliko često treba uzimati odbirke signala, da bi signal na strani prijema bio verno rekonstruisan
  - Ovo omogućava diskretizaciju (a uz dodatne tehnike i digitalizaciju) signala

19. Objasniti koji uslovi moraju da budu ispunjeni da bi se od diskretizovanog signala mogao potpuno verno rekonstruisati originalni kontinualni signal? Na koji način se tada vrši rekonstrukcija signala?

- Uslov: $f_s \geq 2f_m$ (ne dolazi do preklapanja spektra originalnog signala i replika spektra nastalih digitalizacijom) i da su nam poznati odbirci signala
- Rekonstruiše se propuštanjem kroz idealni NF filtar granične učestanosti f_m. (Komponente između $-f_m$ i f_m izdvajamo a preostale potiskujemo NF filtrom)

$$\delta(t) \longrightarrow \boxed{\text{NF filtar}} \longrightarrow h(t) = \frac{1}{T_s}\frac{\sin(2\pi f_m t)}{2\pi f_m t}, \quad T_s = \frac{1}{2f_m}$$

Na osnovu osobina linearnosti i vremenske nepromenljivosti, odziv NF filtra na jedan Delta impuls $\delta(t-nT_s)$ amplitude $u(nT_s)$ je $u(nT_s)h(t-nT_s)$, gde je $h(t)$ impulsni odziv NF filtra.

$$\boxed{g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(nT_s)\delta(t-nT_s)}$$

Diskretizovan signal na nf ulazu

$$\boxed{u_i(t) = \frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty} u(nT_s)\frac{\sin(2\pi f_m(t-nT_s))}{2\pi f_m(t-nT_s)}}$$

Rekonstruisan kontinualan signal na NF izlazu

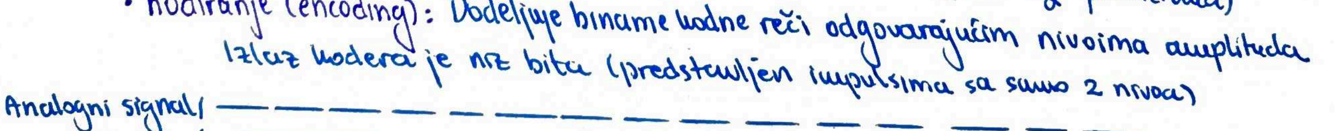
- Spektar dobijenog signala se sastoji samo od kopije spektra signala $u(t)$ koja je smeštena na istim učestanostima $\boxed{U_i(jf) = \frac{1}{T_s}U(jf) \Rightarrow u_i(t) = \frac{1}{T_s}u(t)}$
- Potrebno je da $A(f)$ NF filtra bude približno const do f_m, a da dostigne 0 pre prve naredne kopije u spektru diskretizovanog signala. Usvaja se $f_s \geq 2.2f_m$

20. Odrediti minimalnu učestanost odabiranja signala čija je max učestanost f_m ako je na raspolaganju NF filtar (realan) čija je širina prelazne oblasti jednaka B_p?

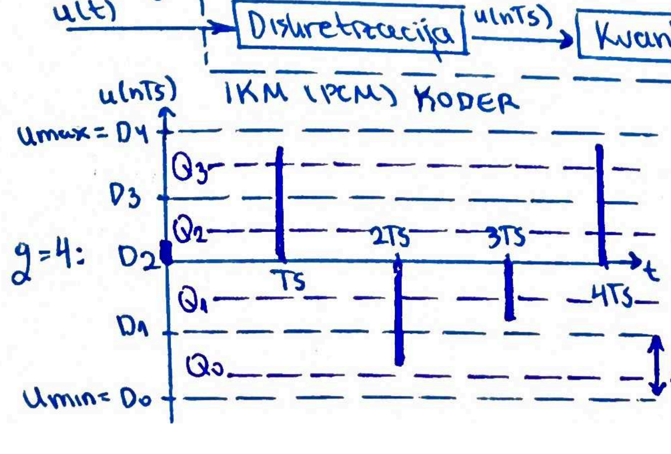
$$f_m + B_p < f_s - f_m \Rightarrow \boxed{f_{m,max} = \frac{1}{2}(f_s - B_p)}$$

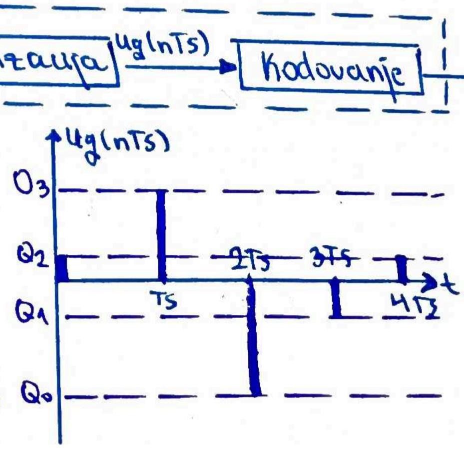
21. Objasniti postupak formiranja PCM (IKM) signala. Nacrtati blok šemu i objasniti funkcije svih blokova.

- Impulsna kodna modulacija (Pulse Code Modulation) → modulacija koja omogućuje konverziju signala iz analogni u digitalni oblik.
  - Odabiranje (sampling): Diskretizacija u vremenu
  - Kvantizacija (quantizing): Diskretizacija po vremenu i po amplitudi (amplituda svakog odbirka koji se prenosi je kvantizirana na jednu od konačnog broja amplitudskih nivoa) $U = q\Delta U$ (q podintervala)
  - Kodiranje (encoding): Dodeljuje binarne kodne reči odgovarajućim nivoima amplituda. Izlaz kodera je niz bita (predstavljen impulsima sa samo 2 nivoa)



IKM (PCM) KODER



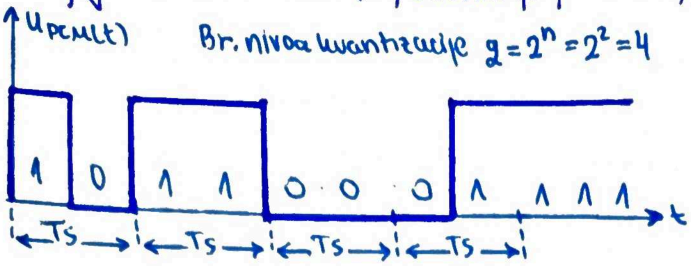


Korak $\Delta = \frac{U_{max} - U_{min}}{q}$

$D_k = D_0 + k\Delta, \ k = 1 \dots q$

$$\boxed{\text{Kvantizacioni nivoi} \quad Q_k = \frac{D_k + D_{k+1}}{2}}$$

22. Odrediti minimalni protok binarnog signala na izlazu PCM modulatora ako kontinualni signal na njegovom ulazu ima f_m, odabiranje je idealno, a kvantizacija se radi sa g nivoa.



Br. nivoa kvantizacije $g = 2^n = 2^2 = 4$

Digitalni PCM signal: Svaki kvantizacioni nivo se predstavlja kombinacijom n bita (ovde 2b)

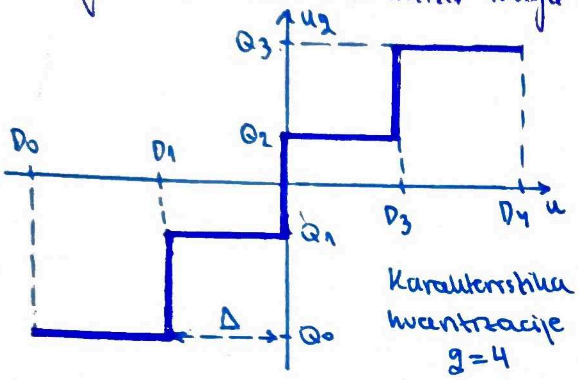
Trajanje bita: $\boxed{T_{b,PCM} = \frac{T_s}{n} = \frac{1}{f_s n} = \frac{1}{f_s \log_2 g}}$

Binarni protok: $\boxed{V_{b,PCM} = \frac{1}{T_{b,PCM}} = f_s n = f_s \log_2 g}$

$B = \frac{V_b}{2}$

23. Nacrtati karakteristiku uniformnog kvantizera sa $g = 2^n$ nivoa. Koliko iznosi maksimalna greška kvantizacije? Odrediti odnos signal/šum kvantizacije ako odbirci signala na ulazu u kvantizer imaju uniformnu raspodelu amplituda.

$\uparrow g \Rightarrow \uparrow V_b$



Karakteristika kvantizacije $g = 4$

- Maksimalna vrednost greške kvantizacije je $\frac{\Delta}{2} = \frac{U_{max} - U_{min}}{2g}$
- Kvantizacijom se unosi greška jednaka razlici amplituda odbiraka na ulazu i izlazu kvantizera i naziva se šum kvantizacije: $\boxed{e_g(t) = u(t) - u_g(t)}$ $\quad |e_g(t)| \leq \frac{\Delta}{2}$
- Uneta greška se <u>ne</u> može otkloniti na strani prijema

Srednja snaga signala: $P_S = \frac{U^2}{12} = \frac{(g\Delta)^2}{12}$

Srednja snaga šuma: $P_{N_g} = \frac{\Delta^2}{12}$

Odnos signal/šum kvantizacije:

$\boxed{SNR_g = \frac{P_S}{P_{N_g}} = g^2}$

$snr_g\,[dB] = 10\log_{10} g^2 = 20n\log_{10} 2$

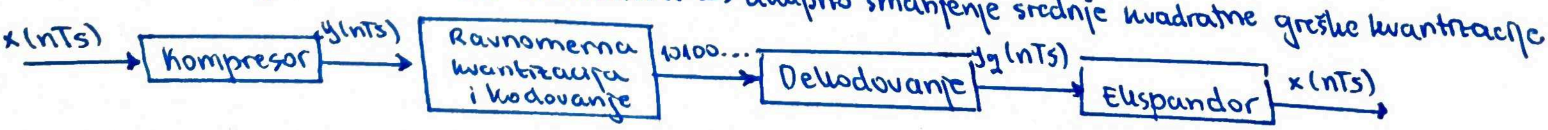
Kvalitet$\uparrow \Rightarrow SNR_g \uparrow \Rightarrow V_b \uparrow$

24. Za dati opseg vrednosti amplituda signala na ulazu u ravnomerni kvantizer $[U_{min}, U_{max}]$ i dat broj nivoa g, odrediti vrednost kvantizacionih nivoa i odgovarajuće kodne reči.

$\Delta = \frac{U_{max} - U_{min}}{g}$, $\quad D_k = D_0 + k\Delta \; (k = 1, \ldots, g)$, $\quad Q_k = \frac{D_k + D_{k+1}}{2} \; (k = 0, \ldots, g-1)$

25. Objasniti koji su razlozi za primenu neravnomerne kvantizacije signala i kakva poboljšanja se mogu postići njenom primenom. Pojam kompresora i ekspandora.

- Optimalno primeniti za signal koji ima dominantno male vrednosti amplituda (kvantizacioni nivoi većih vrednosti se retko koriste), npr signal govora, audio i video signal
- Neuniformna kvantizacija može da omogući manju grešku kvantizacije za male vrednosti amplituda signala na ulazu kvantizera $\Rightarrow$ ukupno smanjenje srednje kvadratne greške kvantizacije



- Realizacija: Kaskadna veza kompresora i uniformnog kvantizera
- Kompresor je nelinearni pojačavač; veće pojačanje malih amplituda u odnosu na velike. Menja se raspodela amplituda signala na ulazu ravnomernog kvantizera
- Ekspandor na prijemu nakon dekodovanja (generisanja odbiraka) vrši funkciju inverznu kompresoru pa ne bi došlo do izobličenja.

26. Postupak digitalizacije govornog signala. Ako se svaki odbirak predstavlja jednim bajtom, koliki je binarni protok dobijenog digitalnog signala? Kako se može rekonstruisati kontinualni govorni signal na osnovu svoje digitalizovane predstave.

- Modulisati signal (govor): $f_m = 3.4kHz$, učestanost odabiranja $f_s = 8kHz$, $T_s = 125\mu s$
- Kvantizacija na $q = 256$ nivoa, kodovanje svakog odbirka sa po $n = \log_2(256) = 8$ bita
- Binarni protok PCM signala: $V_b = n f_s = 8 \cdot 8000 = 64kb/s$, $T_b = \frac{1}{V_b} = \frac{T_s}{n} = 15,625\mu s$.

A/D: Diskretizacija → Kvantizacija i kodovanje, D/A: Dekodovanje → Filtriranje

27. Na koji način se audio signal max. učestanosti $f_m = 20kHz$ može predstaviti nizom nula i jedinica? Kako se od niza 0 i 1 može rekonstruisati audio signal? Koliki kapacitet je potrebno za skladištenje digitalizovane vrednosti audio signala u intervalu trajanja 1h?

- $f_s \geq 2f_m \rightarrow f_s \geq 40kHz$ (za CD => $f_s = 44.1kHz$), $T_s = \frac{1}{f_s} = 25\mu s$.
- Kvantizacija $n = 16$ bita po odbirku => $q = 2^{16}$ kvantizacionih nivoa
- Binarni protok $V_b = n f_s$ => Kapacitet $= 1h \cdot V_b = (3600s) \cdot n \cdot f_s$

28. Odrediti minimalan protok signala dobijenog primenom multipleksa sa vremenskom raspodelom N digitalnih signala, kada je svaki signal dobijen A/D konverzijom kontinualnog signala (f_m), kada je primenjena ravnomerna kvantizacija sa q nivoa.

- $f_s = 2f_m$, $T_s = \frac{1}{f_s}$, $V_{PCM} = n f_s$, $T_{bPCM} = \frac{1}{V_{PCM}} = \frac{T_s}{n}$, $n = \log_2 q$
- Rastojanje između susednih odbiraka: T_s/N, tj. učestanost ponavljanja impulsa u multipleksnom signalu je $f_{mux} = N f_s$.
- Prenos kodnih reči (dužine n_{PCM}) svih N signala u multipleksu: $\boxed{T_{mux,D} = \frac{T_s}{n_{PCM} N}}$
- Binarni protok digitalnog multipleksnog signala: $\boxed{V_{mux,D} = \frac{1}{T_{mux,D}} = N n_{PCM} f_s}$

29. Nacrtati oblik digitalnog signala za datu informacionu sekvencu primenom datog linijskog koda i navesti osnovne osobine signala. Šta predstavlja signalizacioni interval, a šta brzina signaliziranja digitalnog signala. Za dati digitalni signal odrediti srednju vrednost i srednju snagu signala

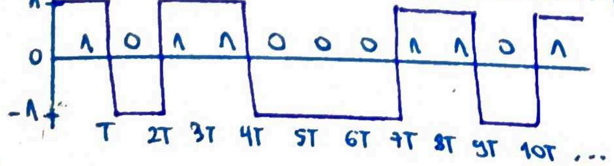
Digitalni signal: $u(t) = \sum_k a_k x(t - kT)$

$T \rightarrow$ Signalizacioni interval trajanja

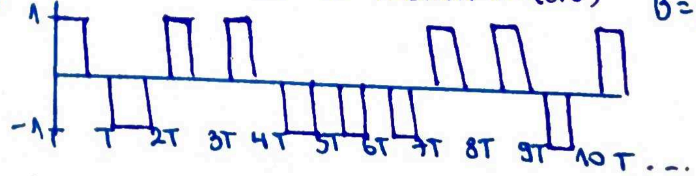
$x(t) \rightarrow$ Standardni signal (ponavlja se u svakom T)

$a_k \rightarrow$ koeficijenti određeni linijskim kodom i info sadržajem

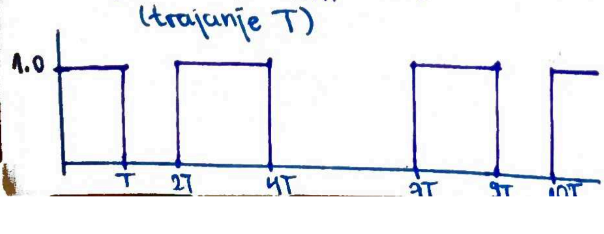
Polarni binarni NRZ (Non return to zero) $B = V_b$



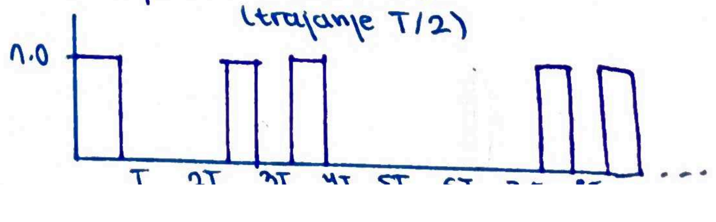
Polarni binarni RZ (Return to zero) $B = 2V_b$



Unipolarni binarni NRZ (trajanje T)



Unipolarni binarni RZ (trajanje T/2)

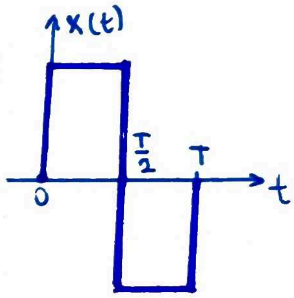


- Unipolarni signali: - Vrednost amplitude iz skupa $\{0, +U\}$
  - Imaju DC komponentu uvek veću od nule (nedostatak)

- Polarni signali: - Vrednost amplitude iz skupa $\{-U, +U\}$
  - DC jednaka nuli samo ako je $P(0) = P(1)$
  - RZ ima dobre karakteristike po pitanju sinhronizacije (abs. vrednost signala predstavlja takt, tačno određuje početak i sredinu sign. intervala)
  - Za jednake vrednosti srednje snage, polarni su otporniji na šum od unipolarnih.

- Diferencijalni kod: - Obezbeđuje da se šalje jednak broj + i - impulsa bez obzira na vrednost informacionog sadržaja → binarno 1 dovodi do promene polariteta digitalnog signala dok pri prenosu simbola 0 nema promene naponskog nivoa.
  - Jednosmerna komponenta je uvek bliska 0 (≈0 na dovoljno dugoj sekvenci)

- AMI kod: - Binarna jedinica se naizmenično predstavlja kao $-U$ ili $+U$ ⇒ DC uvek $= 0$.
  - Dva uzastopna + ili - impulsa ukazuju da je došlo do greške pri prenosu (kod ima sposobnost detekcije greške)



- Mančester kod: - Simbol 1: Signal $+U$ u prvoj polovini intervala signalizacije trajanja T, a u drugoj polovini ima vrednost $-U$.
  - Simbol 0: U prvoj polovini T je $-U$, u drugoj polovini $+U$.

- Svaki možemo napisati u obliku $u(t) = \sum_k a_k x(t-kT)$
- Ovo su slučajni signali za koje je definisana spektralna gustina srednje snage koja zavisi od oblika signala $x(t)$ i načina formiranja a_k. $SGSS = f/V_b = fT_b$
- Zajednička osobina: teorijski beskonačna širina spektra koju zauzimaju

- Brzina signaliziranja: binarni protok $\boxed{V_{eb} = B \cdot \eta_s}$ (opseg · efikasnost)
- Snage:

$$\text{Uni NRZ: } P_{sr} = \frac{1}{T}\left[\frac{1}{2}(0)^2 T + \frac{1}{2}(U^2)T\right] = U^2/2$$

$$\text{NRZ: } P_{sr} = \frac{1}{T}\left[\frac{1}{2}(-U)^2 T + \frac{1}{2}(U^2)T\right] = U^2$$

$$\text{RZ: } P_{sr} = \frac{1}{T}\left[\frac{1}{2}(-U)^2 \frac{T}{2} + \frac{1}{2}(U^2)\frac{T}{2}\right] = U^2/2$$

$$\text{Mančester: } P_{sr} = \frac{1}{T}\left[P_0 U^2 T + P_1 U^2 T\right] = U^2$$

30. M-arni prenos signala. Nacrtati M-arni signal za zadatu info sekvencu i M; trajanje signalizacionog intervala i vreme potrebno za prenos 1 bita?
Za datu brzinu signaliziranja V_s i broj amp. nivoa M odrediti vrednost ekvivalentnog binarnog protoka.

- Povećava se spektralna efikasnost. $x_M(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(t - nT_M)$, $a_n \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, (M-1)\}$
- Svaki od članova skupa "nosi" informaciju o $n = \log_2 M$ binarnih simbola.
- $x(t)$ je standardni signal, pravougaoni impuls amplitude U i trajanja T_M.
- U toku trajanja sign. intervala T_M prenosi se 1 od M mogućih simbola (simbolski interval)
- Brzina signaliziranja $V_M = 1/T_M$ je broj M-arnih simbola (impulsa) koji se prenose u jedinici vremena
- U jedinici vremena ekv. binarni protok $\boxed{V_{b,ekv} = V_M \cdot \log_2 M}$ $\boxed{T_{b,ekv} = 1/V_{b,ekv}}$

- Primer: $M=4$, $\log_2 4 = 2$ bita nosi per symbol, $T_M = 2T_{b,ekv}$, $V_M = 1/T_M = V_{b,ekv}/2$

31. Odrediti opseg učestanosti za prenos signala protoka Vb. Pojam spektralne efikasnosti.

Polarni NRZ: $B = V_b$

Polarni RZ: $B = 2V_b$

M-arni NRZ: $B = V_m = V_b / \log_2 M$

-Spektralna efikasnost je mera efikasnog korišćenja spektra

Predstavlja količnik $V_{b,ekv}$ i opsega učestanosti.

$$\boxed{\eta_s = \frac{V_{eb}}{B}\ [bit/s/Hz]} = \log_2 M$$

32. Objasniti uticaj ograničenog propusnog opsega na prenos signala. Pojam intersimbolske interferencije (ISI).

- Na izlazu linije veze se kao posledica ograničenog opsega razlivanje impulsa i pojava intersimbolske interferencije (preklapanja impulsa iz susednih intervala i njihovog međusobnog mešanja)
- Impuls trajanja ≤T na ulazu, na izlazu ima produženo trajanje (izvan intervala signalizacije)
- Ovo dovodi do povećanja verovatnoće greške pri odlučivanju na prijemu.

- Odluka o simbolu poslatom u k-tom signalizacionom intervalu ak donosi se na osnovu odbirka signala r(t) u trenutku t=kT, ali kada ISI postoji vrednost odbirka ne zavisi samo od vrednosti simbola ak već i od simbola al (k≠l) koji se šalju u susednim signalizacionim intervalima.

33. Definisati I Nyquist-ov kriterijum. Odrediti max brzinu signaliziranja kada ekvivalentna linija veze ima karakteristiku idealnog Nyquist-ovog filtra (fm).

- U sistemu za prenos neće doći do ISI ako:
  - Impulsni odziv h(t) zadovoljava uslov $h(0) = h_0$, $h_0 = const.$, $h_0 \neq 0$
  - Vrednosti $h(mT) = 0$ za sve celobrojne umnoške T (m je ± ceo broj)

Vremenski domen: $\boxed{h(mT) = \begin{cases} h_0, & m=0 \\ 0, & m \neq 0 \end{cases}}$

Spektralni domen: $\boxed{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} H\left(f + \frac{n}{T}\right) = const.}$

- Funkcije koje zadovoljavaju kriterijum su Nyquistovi filtri i impulsi.
- Idealni Nyquistov filtar: $f_m = 1/(2T)$ (idealni NF filtar)
- Idealni Nyquistov impuls: $h(t) = h_0 \dfrac{\sin(2\pi f_m t)}{2\pi f_m t}$ => Max brzina signaliziranja $\boxed{V_s = 2f_m}$

34. Odrediti max ekv. binarni protok, prenos preko linije koja ima karakteristiku idealnog Nyquistovog filtra (fm) ukoliko se vrši signaliziranje sa $M = 2^n$ amplitudskih nivoa.

$V_s = 2f_m = V_M$ $\quad V_{b,ekv} = V_M \log_2 M = 2f_m \cdot \log_2 2^n = 2nf_m$

35. Zbog čega se u praksi koristi uobličavanje impulsa primenom klase filtara sa kosinusoidalno zaobljenom amplitudskom karakteristikom?

- Ovi filtri zadovoljavaju Nyquist-ov kriterijum. Značajni su jer ih je zbog većeg zaobljenja amplitudske karakteristike jednostavnije aproksimirati praktičnim filtrima. (nisu realizibilni)
- Za istu $V_s = 1/T$, sa porastom faktora zaobljenja raste širina opsega učestanosti potrebna za prenos.
  - Faktor zaobljenja ρ pokazuje koliko je širina opsega veća od minimalne
  - za ρ=0, minimalna širina => idealan Nyquistov filtar
  - za ρ=1 filtar ima karakteristiku podignutog kosinusa:

$$B = B_{min} + B_{dod} = B_{min} + \rho B_{min} = (1+\rho) B_{min} = (1+\rho)\frac{V_s}{2}$$